

2. Чи говорив правду барон Мюнхаузен, коли стверджував, що витягував себе із болота за волосся? Відповідь обґрунтуйте.
3. Хлопчик масою 48 кг, стоячи на ковзанах на льоду, відштовхує від себе кулю масою 3 кг, надаючи їй у горизонтальному напрямку прискорення 8 м/с^2 . Якого прискорення набуває хлопчик?
4. Мотузка витримує натяг не більш ніж 300 Н. Чи порветься ця мотузка, якщо двоє чоловіків тягнуть її в протилежні боки силами по 200 Н кожен? Чи порветься мотузка, якщо один її кінець закріпити, а обидва чоловіки тягтимуть її за другий кінець в одному напрямку?
- 5*. Кінь везе сани. Згідно з третім законом Ньютона сани тягнуть коня назад із такою ж силою, з якою кінь тягне сани вперед. То чому ж кінь везе сани, а не навпаки? Чому вони взагалі рухаються?

§ 20. ЗАКОН ВСЕСВІТНЬОГО ТЯЖІННЯ

Кажуть, що і. Ньютон сам розповідав, як він дійшов до відкриття закону всесвітнього тяжіння. Якось учений гуляв яблуневим садом і побачив у денному небі Місяць. У цей момент на його очах з гілки впало яблуко. Ньютон знав, що яблуко впало під дією притягання Землі. Знав він і про те, що Місяць обертається навколо Землі й, отже, є якась сила, що втримує його на орбіті. Саме тоді до вченого прийшла думка про те, що, можливо, це одна сила змушує яблуко падати на землю, а Місяць залишатися на навколоземній орбіті.

Що таке гравітаційна взаємодія

Усі без винятку фізичні матеріальні тіла у всесвіті притягують-ся одне до одного — це явище називають *всесвітнім тяжінням* або *гравітацією* (від латин. *gravitas* — вага).

Гравітаційна взаємодія — взаємодія, яка є властивою всім тілам у всесвіті й виявляється в їхньому взаємному притяганні одне до одного.

Наприклад, зараз ви і цей підручник взаємодієте силами гравітаційного притягання. Однак у цьому випадку сили настільки малі, що їх не зафіксують навіть найточніші сучасні прилади. Сили гравітаційного притягання тіл сягають помітного значення тільки тоді, коли хоча б одне з тіл має масу, яку можна порівняти з масою небесних тіл.

Гравітаційна взаємодія здійснюється за допомогою особливого виду матерії — *гравітаційного поля*, яке існує навколо будь-якого тіла: зорі, планети, людини, книжки, молекули, атома тощо.

Якою є історія відкриття закону всесвітнього тяжіння

Перші вислови про тяжіння належать до античності. Так, давньогрецький мислитель *Плутарх* писав: «Місяць упав би на Землю як камінь, щойно зникла б сила його польоту».

У XVI–XVII ст. учені Європи повернулися до теорії існування взаємного тяжіння тіл. Поштовхом до її відродження стали насамперед відкриття, зроблені в астрономії: *Миколай Коперник* (рис. 20.1) довів, що в центрі Сонячної системи, «у центрі світобудови»,

розташоване Сонце, а всі планети обертаються навколо нього; *Йоганн Кеплер* (рис. 20.2) відкрив закони руху планет навколо Сонця; *Галілео Галілей* (див. рис. 1.1) створив телескоп і за його допомогою побачив супутники Юпітера.

Чому планети обертаються навколо Сонця, чому супутники обертаються навколо планет, яка сила втримує космічні тіла на орбітах? Учені дійшли висновку, що справа — у взаємному притяганні тіл. Одним із перших, хто це зрозумів, був англійський учений *Роберт Гук* (1635–1703). Він писав: «Усі небесні тіла мають притягання, або силу тяжіння, до свого центра, унаслідок чого вони не тільки притягають власні частини й перешкоджають їм розлітатися, як спостерігається на Землі, але й притягають також усі інші небесні тіла, що перебувають у сфері їхньої дії».

Саме Гук висловив припущення про те, що сила тяжіння залежить від мас тіл, які взаємодіють, і відстані між цими тілами, однак знайти математичний вираз для розрахунку цієї сили йому не вдалося. Це зміг зробити І. Ньютон, сформулювавши *закон всесвітнього тяжіння*, який часто називають четвертим законом Ньютона.

3 Як розрахувати силу гравітаційного притягання

Отримаємо закон всесвітнього тяжіння, йдучи за логікою міркувань Ньютона.

1. Спочатку встановимо, як прискорення вільного падіння, причиною якого є гравітаційне притягання Землі, залежить від відстані до центра Землі:

а) прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі, тобто на відстані $6,4 \cdot 10^6$ м від її центра, дорівнює $9,8$ м/с² (радіус Землі $R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м);

б) Місяць обертається навколо Землі з періодом $T = 27,32$ доби = $2,36 \cdot 10^6$ с по орбіті радіусом $r = 3,84 \cdot 10^8$ м = $60R_3$. Під дією гравітаційного притягання Землі Місяць набуває доцентрового прискорення

(рис. 20.3): $a_{\text{дц}} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 0,0027$ м/с². Таким чином, Місяць «падає» на Землю з прискоренням $g_M = a_{\text{дц}} = 0,0027$ м/с²;



Рис. 20.1. Миколай Коперник (1473–1543) — польський астроном, творець геліоцентричної системи світу



Рис. 20.2. Йоганн Кеплер (1571–1630) — німецький астроном, астролог, математик. Відкрив закони руху небесних тіл (закони Кеплера), які згодом були використані Ньютоном для обґрунтування закону всесвітнього тяжіння

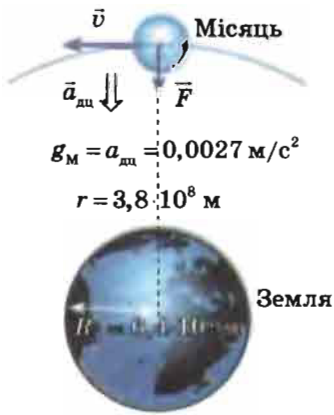


Рис. 20.3. Доцентрове прискорення Місяця зумовлене його притяганням до Землі

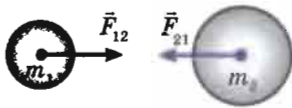


Рис. 20.4. Згідно з третім законом Ньютона модуль сили \vec{F}_{21} , з якою тіло масою m_2 притягує тіло масою m_1 , дорівнює модулю сили \vec{F}_{12} , з якою тіло масою m_1 притягує тіло масою m_2

в) прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла, тому будь-яке тіло, віддалене від центра Землі на відстань Місяця, падатиме з прискоренням $0,0027 \text{ м/с}^2$. Тобто при збільшенні відстані r до центра Землі в 60 разів прискорення вільного падіння тіла зменшується в 60^2 разів $\left(\frac{g}{g_M} = \frac{9,8}{0,0027} = 3600 \right)$.

Таким чином, прискорення вільного падіння g обернено пропорційне квадрату відстані r від тіла до центра Землі: $g \sim \frac{1}{r^2}$.

2. Згідно з другим законом Ньютона $g \sim F$, отже:

$$F \sim \frac{1}{r^2}, \quad (1)$$

тобто сила гравітаційного притягання двох тіл обернено пропорційна квадрату відстані між ними.

3. Відповідно до другого закону Ньютона Земля всім тілам поблизу її поверхні надає прискорення $g = \frac{F}{m}$. Але це прискорення не залежить від маси тіла — таке є можливим тільки в разі, якщо сила гравітаційної взаємодії прямо пропорційна масі тіла ($F \sim m$).

4. Відповідно до третього закону Ньютона два тіла масами m_1 і m_2 взаємодіють із рівними за модулем силами (рис. 20.4), але $F_{12} \sim m_1$, а $F_{21} \sim m_2$. Отже, сила гравітаційної взаємодії двох тіл прямо пропорційна добутку мас цих тіл:

$$F \sim m_1 m_2. \quad (2)$$

Об'єднавши висновки (1) і (2), одержимо **закон всесвітнього тяжіння**:

Між будь-якими двома тілами діють сили взаємного притягання, які прямо пропорційні добутку мас цих тіл і обернено пропорційні квадрату відстані між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де m_1 і m_2 — маси тіл, що взаємодіють; r — відстань між тілами; G — гравітаційна стала (коефіцієнт пропорційності, однаковий для всіх тіл), $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

Закон всесвітнього тяжіння — видатне досягнення природознавства. Він дозволяє описати велике коло явищ, у тому числі рух природних і штучних тіл у Сонячній системі, рух подвійних зір, зоряних скупчень тощо. У сучасній астрономії, базуючись на цьому законі, обчислюють маси небесних тіл, визначають характер їхнього руху, будову, еволюцію.

Якими є межі застосування закону всесвітнього тяжіння

Формула закону всесвітнього тяжіння дає точний результат у таких випадках:

- 1) якщо розміри тіл нехтовно малі порівняно з відстанню між ними, тобто коли тіла можна вважати матеріальними точками;
- 2) якщо обидва тіла мають кулясту форму та сферичний розподіл речовини; у цьому випадку за відстань між тілами беруть відстань між центрами сфер;
- 3) якщо одне з тіл, що взаємодіють, — куля, розміри та маса якої значно більші, ніж розміри та маса другого тіла, яке перебуває на поверхні цієї кулі або поблизу неї.

Однак коли гравітаційні поля настільки сильні, що розганяють тіла, які перебувають в них, до швидкостей порядку швидкості світла, або коли частинки, що пролітають поблизу масивних тіл, ще на віддалі від цих тіл мали швидкість руху, яку можна порівняти зі швидкістю світла, силу гравітаційного притягання не можна розрахувати за законом всесвітнього тяжіння Ньютона. У загальному випадку тяжіння описується загальною теорією відносності, створеною Альбертом Ейнштейном (1879–1955).

Як виміряли гравітаційну сталу

Гравітаційна стала G — одна із фундаментальних констант у фізиці. З формули $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ випливає:

$$G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}.$$

Якщо $m_1 = m_2 = 1$ кг, а $r = 1$ м, то $\{G\} = \{F\}$, тобто гравітаційна стала чисельно дорівнює силі гравітаційного притягання двох матеріальних точок масою 1 кг кожна, які перебувають на відстані 1 м одна від одної. У цьому й полягає фізичний зміст гравітаційної сталої.

Гравітаційну сталу вперше виміряв англійський учений Генрі Кавендіш (рис. 20.5) у 1798 р. за допомогою крутильних терезів (рис. 20.6). Вимірявши силу F гравітаційного притягання кульок відомих мас m_1 і m_2 та відстань r між кульками,



Рис. 20.5. Генрі Кавендіш (1731–1810) — англійський фізик і хімік. За кілька років до Ш. Кулона встановив закон взаємодії електричних зарядів. Учений визначив гравітаційну сталу; масу та середню густину Землі

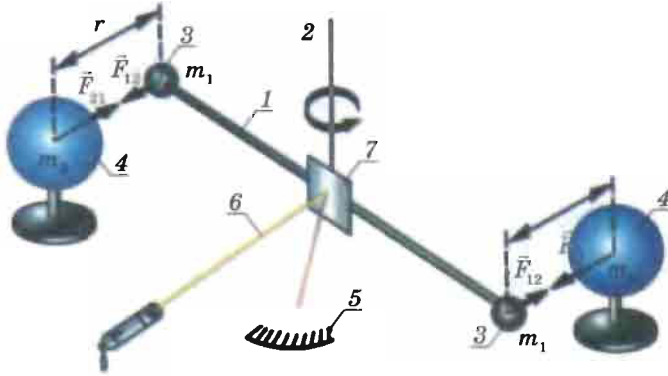


Рис. 20.6. Схема досліду з визначення гравітаційної сталої. На довгому легкому коромислі 1, підвішеному на тонкому пружному дроті 2, зрівноважено дві маленькі кульки 3 масою m_1 кожна. Біля маленьких кульок розміщено великі свинцеві кульки 4 масами m_2 . У результаті притягання кульок дроті закручується. Кут закручування реєструють на шкалі 5 за поворотом світлового пучка 6, який відбивається від дзеркала 7. За кутом закручування дроту визначають силу гравітаційного притягання

Кавендіш знайшов значення гравітаційної сталої, яка виявилася дуже малою величиною: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.



Підбиваємо підсумки

Взаємодію, яка є властивою всім тілам у всесвіті й виявляється в їхньому взаємному притяганні одне до одного, називають гравітаційною, а саме явище взаємного притягання — всесвітнім тяжінням або гравітацією.

Закон всесвітнього тяжіння: між будь-якими двома тілами діє сила взаємного притягання, що прямо пропорційна добутку мас цих тіл і обернено пропорційна квадрату відстані між ними: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, де $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — гравітаційна стала.

Закон всесвітнього тяжіння справджується: 1) для матеріальних точок; 2) для кулястих тіл зі сферичним розподілом речовини; 3) для невеликих тіл, що перебувають на поверхні значно більшої за них кулі або поблизу цієї кулі.

Контрольні запитання

1. Яку взаємодію називають гравітаційною? Наведіть приклади. 2. Доведіть, що сила всесвітнього тяжіння обернено пропорційна квадрату відстані між тілами; прямо пропорційна добутку мас тіл, що взаємодіють. 3. Сформулюйте й запишіть закон всесвітнього тяжіння. 4. Яким є фізичний зміст гравітаційної сталої? Чому вона дорівнює? 5. Хто і як з'ясував значення гравітаційної сталої? 6. Якими є межі застосування закону всесвітнього тяжіння?



Вправа № 17

- Як зміниться сила притягання між двома кульками, якщо одну з них замінити іншою, удвічі більшої маси?
- На якій відстані сила притягання між двома кульками масою 1 т кожна дорівнюватиме 0,667 мкН?
- У скільки разів сила притягання Землею супутника більша на поверхні Землі, ніж на висоті, що дорівнює сумі трьох земних радіусів?
- Визначте масу Сонця, вважаючи, що орбіта Землі є колом і що радіус земної орбіти дорівнює $1,5 \cdot 10^8$ км.

§ 21. СИЛА ТЯЖІННЯ

Якщо взяти в руки, а потім відпустити м'яч, то він обов'язково впаде. М'яч упаде і якщо підкинути його вертикально вгору або якщо, розбігшись, спробувати закинути його якнайдалі. З курсу фізики 8-го класу ви знаєте, що падіння тіл на землю — результат гравітаційної взаємодії цих тіл і Землі. Про силу, яка характеризує цю взаємодію, йтиметься в цьому параграфі.

1 Що таке сила тяжіння

Сила тяжіння — сила, що характеризує гравітаційну взаємодію тіл із Землею.

Згідно із законом всесвітнього тяжіння модуль сили тяжіння $F_{\text{тяж}}$, яка діє на будь-яке тіло поблизу поверхні Землі, можна обчислити за формулою:

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_3}{r^2} = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2},$$

де G — гравітаційна стала; m — маса тіла; M_3 — маса Землі; $r = R_3 + h$ — відстань від центра Землі до даного тіла (рис. 21.1).

Сила тяжіння, що діє на тіло, напрямлена вертикально вниз і прикладена до точки, яку називають *центром тяжіння тіла*.

У загальному випадку положення центра тяжіння тіла можна визначити, підвішуючи тіло по черзі за будь-які дві крайні точки (рис. 21.2). Для однорідного симетричного тіла центр тяжіння розташований у центрі симетрії (рис. 21.3).

Зверніть увагу: *центр тяжіння може перебувати й поза тілом*, тобто не збігатися з жодною з його точок (рис. 21.3, г).

2 Від чого залежить прискорення вільного падіння

Якщо на тіло масою m діє тільки сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$, то це тіло вільно падає, рухаючись із прискоренням, яке *дорівнює прискоренню вільного падіння* ($\vec{a} = \vec{g}$).



Рис. 21.1. Відстань r від центра Землі до тіла дорівнює сумі радіуса Землі R_3 і висоти h , на якій міститься тіло над поверхнею Землі

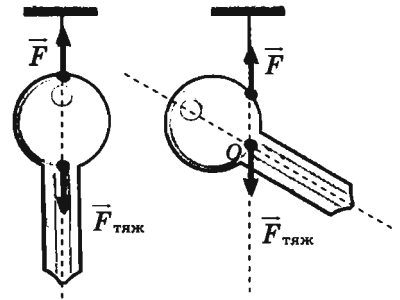


Рис. 21.2. Визначення центра тяжіння тіла: сила \vec{F} натягу нитки зрівноважує силу тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$ і розташована з нею на одній прямій, тому лінії дії сили натягу нитки — вони ж лінії дії сили тяжіння — перетнуться в центрі тяжіння тіла

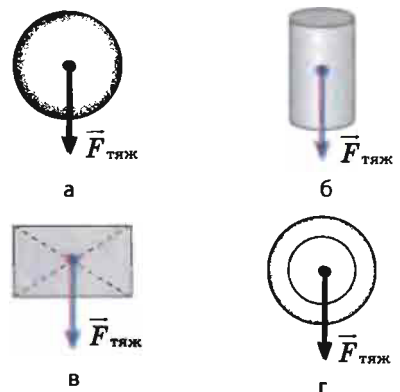


Рис. 21.3. Положення центрів тяжіння деяких однорідних симетричних тіл: а — кулі; б — циліндра; в — прямокутної пластинки; г — кільця

Відповідно до другого закону Ньютона $g = \frac{F_{\text{тяж}}}{m}$. Якщо $m = 1$ кг, то $\{g\} = \{F_{\text{тяж}}\}$, тобто *прискорення вільного падіння чисельно дорівнює силі тяжіння, яка діє на тіло масою 1 кг.*

Прискорення вільного падіння — це прискорення, якого набуває тіло під дією сили тяжіння і яке чисельно дорівнює силі, з якою гравітаційне поле Землі діє на тіло масою 1 кг.

З формули $g = \frac{F_{\text{тяж}}}{m}$ випливає: $F_{\text{тяж}} = mg$. Отже, маємо два вирази для визначення сили тяжіння:

$$F_{\text{тяж}} = mg; \quad F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2}.$$

Зрівнявши праві частини цих виразів, отримаємо формулу для обчислення прискорення вільного падіння:

$$g = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}.$$

Аналізуючи останню формулу, можна зробити низку висновків.

1. *Прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла* (цей факт був доведений Г. Галілеєм).

2. *Прискорення вільного падіння зменшується в разі підняття тіла над поверхнею Землі*, причому помітна зміна відбувається при піднятті на десятки й сотні кілометрів (якщо підняти тіло на 100 км, прискорення вільного падіння меншає на 0,3 м/с²).

3. Якщо тіло перебуває на поверхні Землі ($h = 0$) або поблизу неї ($h \ll R_3$), то прискорення вільного падіння обчислюють за формулою:

$$g = G \frac{M_3}{R_3^2}.$$

Слід звернути увагу ще на ряд чинників, які впливають на значення прискорення вільного падіння:

— *прискорення вільного падіння залежить від географічної широти місцевості*; воно незначно меншає в міру просування від полюса до екватора: на полюсах $g_{\text{пол}} \approx 9,83$ м/с², на широті 45° $g \approx 9,81$ м/с², на екваторі $g_{\text{екв}} \approx 9,78$ м/с². Цьому є дві причини: по-перше, форма Землі — геоїд (екваторіальний радіус Землі більший за полярний на 21 км); по-друге, Земля обертається навколо своєї осі (точно кажучи, Земля не є інерціальною СВ*);

* Якщо пов'язати СВ з географічним полюсом Землі, що є нерухомим відносно осі обертання Землі, то другий закон Ньютона для будь-якої точки на поверхні Землі буде мати вигляд: $F_{\text{тяж}} = mg + ma_{\text{цн}} \Rightarrow g = \frac{F_{\text{тяж}} - ma_{\text{цн}}}{m}$.

Чим ближче до екватора, тим більшим є $a_{\text{цн}}$ і, відповідно, є меншим g .

— прискорення вільного падіння в певній місцевості може відрізнятися від його середніх значень на даній широті. Причини — в неоднорідності будови земної кори, наявності гір і западин, а також у різній густині порід, що залягають у надрах Землі. Так, зменшення прискорення вільного падіння часто свідчить про наявність у надрах торфу, нафти, газу; збільшення — про поклади металевих руд. Метод пошуку покладів корисних копалин за точним визначенням прискорення вільного падіння називають *гравіметричною розвідкою*.

Значення прискорення вільного падіння на різних географічних широтах, на висотах, які не перевищують 10 км, і в місцях гравітаційних аномалій відрізняються незначно, тому, визначаючи рух тіл, розташованих на порівняно невеликій висоті над поверхнею Землі, вважатимемо, що прискорення вільного падіння є постійним і дорівнює $9,8 \text{ м/с}^2$; вільне падіння тіл будемо вважати рівноприскореним рухом.

3 Яким є прискорення вільного падіння на інших планетах

Силою тяжіння часто називають силу, що діє на якесь тіло поблизу поверхонь небесних тіл (зір, планет, супутників планет, астероїдів). Модуль цієї сили обчислюють за формулами:

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{mM}{(R+h)^2}; \quad F_{\text{тяж}} = mg,$$

де G — гравітаційна стала; m — маса тіла; M — маса небесного тіла; R — радіус небесного тіла; g — прискорення вільного падіння на висоті h від поверхні небесного тіла (див. таблицю).

1 Підбиваємо підсумки

Сила тяжіння — сила, яка характеризує гравітаційну взаємодію тіл із Землею. Сила тяжіння напрямлена вертикально вниз і прикладена до центра тяжіння тіла. Модуль сили тяжіння можна обчислити за формулами:

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_3}{(R_3+h)^2}; \quad F_{\text{тяж}} = mg.$$

Прискорення вільного падіння чисельно дорівнює силі, з якою гравітаційне поле Землі діє на тіло масою 1 кг; воно завжди напрямлене вертикально вниз; його модуль можна обчислити за формулою:

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}. \quad \text{Якщо } h=0, \text{ то } g = \frac{GM}{R^2} = 9,8 \text{ м/с}^2.$$

Прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла, але залежить від висоти, на якій розташоване тіло над поверхнею Землі,

Значення прискорень вільного падіння на поверхнях планет Сонячної системи

Планета	Символ планети	Прискорення вільного падіння, м/с ²
Меркурій		3,78
Венера		8,9
Земля		9,81
Марс		3,76
Юпітер		26
Сатурн		12
Уран		11
Нептун		12

від широти місцевості (зменшується з рухом від полюса до екватора), від густини порід, що залягають у надрах Землі, та ін.

Силу гравітаційної взаємодії тіла з яким-небудь небесним тілом теж називають силою тяжіння, а прискорення, якого набувають тіла під дією цієї сили,— гравітаційним прискоренням або прискоренням вільного падіння.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення сили тяжіння. За якими формулами її обчислюють і як вона напрямлена? 2. Де розташований центр тяжіння симетричних фігур? 3. Як можна визначити положення центра тяжіння фігури довільної форми? 4. Як розрахувати прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі? Від яких чинників воно залежить? 5. Як розрахувати силу тяжіння поблизу поверхні небесного тіла?

Вправа № 18

1. Визначте масу тіла, якщо на поверхні Марса на це тіло діє сила тяжіння 7,52 Н. Обчисліть силу тяжіння, що діятиме на це тіло на поверхні Землі.
2. Вимірявши гравітаційну сталу, Г. Кавендіш зміг визначити масу Землі, після чого з гордістю сказав: «Я зважив Землю». Визначте масу Землі, знаючи її радіус R_z , прискорення вільного падіння на її поверхні та гравітаційну сталу.
3. Визначте гравітаційне прискорення на поверхні планети, якщо її маса у два рази менша від маси Землі, а радіус дорівнює радіусу Землі.
4. У скільки разів прискорення вільного падіння на висоті $6R_z$ менше за прискорення вільного падіння на поверхні Землі?

Експериментальне завдання

Виріжте із цупкого паперу або картону фігурку довільної форми та визначте розташування її центра тяжіння (див. рис. 21.2). Помістіть фігурку центром тяжіння на вістря голки або стрижня авторучки. Переконайтеся, що фігурка перебуває у рівновазі. Запишіть план проведення експерименту.

§ 22. РУХ ТІЛА ПІД ДІЄЮ СИЛИ ТЯЖІННЯ

Траєкторія руху м'яча, кинутого вертикально вгору або вниз, — пряма. Розбігшись, людина стрибає у воду — траєкторією руху її тіла буде гілка параболи. Снаряд, випущений із гармати під кутом до горизонту, теж опише частину параболи. Рухи всіх цих тіл відбуваються під дією сили тяжіння. Чому ж ці рухи так відрізняються один від одного? Причина — у різних початкових умовах. У цьому параграфі ви познайомитеся з розв'язанням задач на рух тіл під дією сили тяжіння.

Здійснюємо ряд спрощень

Характер реального руху тіла в полі тяжіння Землі є досить складним, і його описування виходить за межі шкільної програми. Тому, щоб розв'язувати задачі, приймемо низку спрощень:

1) СВ, пов'язану з точкою на поверхні Землі, вважатимемо інерціальною;

2) розглядатимемо переміщення тіл поблизу поверхні Землі й на невеликі (порівняно з її радіусом) відстані. Тоді кривизною поверхні Землі та зміною прискорення вільного падіння можна знехтувати; інакше кажучи, Землю будемо вважати плоскою, а прискорення вільного падіння — постійним;

3) будемо нехтувати опором повітря.