

16.46. З якою швидкістю може обертатися тонке свинцеве кільце навколо вертикальної осі, яка проходить через центр кільця? Межа міцності свинцю 19,6 МПа, густина свинцю $11,3 \cdot 10^3$ кг/м³.

16.47. Кабінка центрифуги, яка прикріплена до стрижня, має масу 10 кг і обертається у горизонтальній площині з частотою 2 об/с навколо вертикальної осі, що проходить через кінець стрижня. Визначте напругу матеріалу стрижня. Довжина стрижня 1,2 м, площа поперечного перерізу — 2 мм². Масою стрижня можна знехтувати.

16.48. Із скількох сталевих дротин діаметром 2,5 мм складено трос, розрахований на підйом вантажу масою 1,5 т, якщо запас міцності становить 4.

16.49. Визначте межу міцності троса, сплетеного з 32 дротин радіусом 1,2 мм, якщо з його допомогою можна підняти вантаж масою 2,5 т при трикратному запасі міцності.

17. СИЛА ВСЕСВІТНЬОГО ТЯЖІННЯ

Приклад розв'язування задач

Задача. Діаметр планети Уран становить 51 000 км, прискорення вільного падіння на його поверхні дорівнює 8,9 м/с². Визначте середню густину цієї планети.

Дано:

$$d = 51\,000 \text{ км}$$

$$g = 8,9 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

ρ — ?

СІ

$$d = 5,1 \cdot 10^7 \text{ м}$$

Розв'язання:

За означенням густини

$$\rho = \frac{M}{V}, \text{ де } M \text{ — маса Урана;}$$

V — його об'єм.

За умовою нам відоме прискорення вільного падіння, яке визначається за

$$\text{формулою } g = G \frac{M}{R^2} = \frac{4GM}{d^2}.$$

Отже, маса Урана дорівнює: $M = \frac{gd^2}{4G}$.

Вважаючи Уран кулею, знайдемо його об'єм за формулою

$$V = \frac{\pi d^3}{6}.$$

Підставимо отримані вирази у формулу для густини, отримаємо: $\rho = \frac{3g}{2\pi Gd}$.

Перевіримо одиниці та визначимо числове значення шуканої величини:

$$[\rho] = \frac{\text{м} \cdot \text{кг}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\{\rho\} = \frac{3 \cdot 8,9}{2 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,1 \cdot 10^7} \approx 1250;$$

$$\rho \approx 1250 \text{ кг/м}^3.$$

Відповідь: густина планети Уран становить $\rho \approx 1250 \text{ кг/м}^3$.

1-й рівень складності

17.1. З якою силою притягується до станції масою 179 т транспортний космічний корабель масою 9 т у разі, якщо корабель перебуває на відстані 50 м від станції?

17.2. У порту на відстані 200 м один від одного стоять два танкери, маса одного з них становить 150 000 т. Визначте масу іншого, якщо сила гравітаційного притягування між ними становить 20 Н.

17.3. Визначте прискорення вільного падіння на Меркурії, маса якого становить $3,36 \cdot 10^{23}$ кг, а радіус — 2440 км.

17.4. Визначте масу Марса, якщо відомо, що його радіус становить $3,4 \cdot 10^6$ м, а прискорення вільного падіння на поверхні Марса має значення $3,7 \text{ м/с}^2$.

2-й рівень складності

17.5. Як змінилася сила гравітаційної взаємодії космічного корабля і Землі, якщо корабель здійснює політ: а) на висоті 400 км від поверхні Землі; б) на висоті, що дорівнює радіусу Землі?

17.6. На якій висоті сила гравітаційного притягання космонавта до Землі зменшиться у 9 разів?

17.7. Середня відстань між центрами Землі та Місяця становить приблизно 384 000 км. У якій точці відрізка Земля — Місяць сила гравітаційної взаємодії космічного корабля, який летить від Землі до Місяця, з обома космічними тілами буде однаковою? Врахуйте, що маса Місяця у 81 раз менша за масу Землі.

17.8. Середня відстань між центром Юпітера та центром його супутника Ганімеда приблизно у 16 разів перевищує радіус планети, а маса Юпітера більша за масу Ганімеда у 12 769 разів. Визначте точку, перебуваючи в якій, тіло буде притягуватися з однаковою силою до Юпітера і Ганімеда.

17.9. Визначте прискорення вільного падіння на висоті, що дорівнює трьом земним радіусам над поверхнею Землі.

17.10. На якій висоті над Землею прискорення вільного падіння вдвічі менше, ніж на її поверхні?

17.11. На скільки зменшиться прискорення вільного падіння на висоті, яка вдвічі більша за радіус Землі?

17.12. Яку швидкість необхідно розвинути ракеті, щоб стати штучним супутником Венери? Зауважте, що маса Венери дорівнює $4,92 \cdot 10^{24}$ кг, а її радіус — 6050 км.

17.13. У скільки разів зменшиться швидкість руху супутника Землі після його переходу з висоти 100 км на висоту 400 км? Радіус Землі вважайте рівним 6400 км.

17.14. На скільки змінилась висота орбіти космічного корабля, якщо швидкість його обертання навколо Землі зменшилась з 7,8 км/с до 7,6 км/с? Маса Землі становить $6 \cdot 10^{24}$ кг, а радіус — 6400 км.

3-й рівень складності

17.15. Визначте прискорення вільного падіння на Юпітері, якщо відомо, що середня густина планети дорівнює 1300 кг/м^3 , а радіус становить 71 000 км. Вважайте, що Юпітер має форму кулі.

17.16. Відомо, що прискорення вільного падіння на поверхні Землі становить $9,8 \text{ м/с}^2$. Визначте прискорення вільного падіння на поверхні Сонця, якщо радіус Сонця становить 109 земних радіусів, а середня густина у чотири рази менша за густину Землі.

17.17. Визначте масу планети, навколо якої супутник обертається по коловій орбіті радіусом 3800 км з періодом 2 год.

17.18. Визначте період обертання штучного супутника Землі на висоті 200 км. Маса Землі $6,3 \cdot 10^{24}$ кг, а її радіус — 6400 км.

18. СИЛА ТЯЖІННЯ. ВАГА. НЕВАГОМІСТЬ

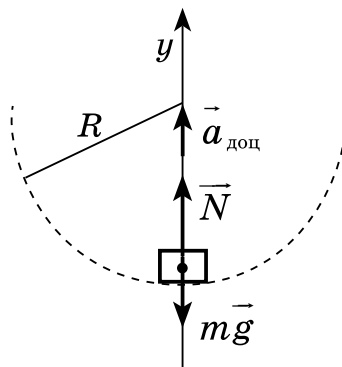
Приклад розв'язування задач

Задача. З якою швидкістю проходить літак ЯК-52 нижню точку «петлі Нестерова» радіусом 300 м, якщо льотчик масою 70 кг у цій точці витримує 4-кратне перевантаження?

Дано:
 $R = 300$ м
 $m = 70$ кг
 $n = 4$
 $g = 10$ м/с²

 $v = ?$

Розв'язання



За другим законом Ньютона $m\vec{a}_{\text{доц}} = \vec{N} + m\vec{g}$.

Оскільки всі вектори напрямлені вздовж однієї прямої, то для їхнього проектування достатньо однієї координатної осі OY. Тоді записане нами рівняння у проекціях матиме вигляд: $ma_{\text{доц}} = N - mg$.

Врахуємо, що сила реакції опори згідно з третім законом Ньютона за модулем дорівнює вазі ($|\vec{N}| = |\vec{P}|$), а вага за умовою

дорівнює: $P = nmg$. Крім того, відомо, що $a_{\text{доц}} = \frac{v^2}{R}$. Отже, після

підстановки матимемо: $\frac{mv^2}{R} = (n-1)mg$, звідки $v = \sqrt{(n-1)gR}$.