

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики

Київ, 2016 рік

10 клас

1. Майстер Джанетто виготовив для Піноккіо ковпак з тонкої бляхи. Ковпак має форму конуса, його висота $H = 20$ см, кут при вершині $\alpha = 60^\circ$. Чи буде цей ковпак утримуватись на голові у Піноккіо, якщо ця голова – гладенька куля діаметром $D = 15$ см?

Для розв'язку задачі необхідно, по-перше, визначити розташування центру мас ковпака. З цією метою подумки розіб'ємо ковпак на вузькі кільця однакової ширини. Маса кілець наростатиме лінійно вниз від вершини до основи ковпака. Так само, якщо розрізати рівнобедрений трикутник паралельно до його основи на смужки однакової ширини, маса смужок наростатиме лінійно. Відомо, що центр мас трикутника знаходиться у точці перетину його медіан. Тому центр мас ковпака знаходиться на його осі на відстані $\frac{2H}{3}$ від вершини.

Стан рівноваги системи буде стійким, якщо при малому відхиленні від рівноваги центр мас піднімається. У нашому випадку, для того, щоб ковпак був у стійкій рівновазі на голові Піноккіо, необхідно, щоб його центр мас знаходився нижче за центр голови. З геометричної побудови легко побачити, що остання умова виконується, якщо $\frac{2H}{3} > D$. За умовою задачі остання нерівність не виконується, отже ковпак не триматиметься на голові Піноккіо.

2. В калориметр з гарячим чаєм кинули шматок льоду, який має температуру 0°C . Після встановлення теплової рівноваги температура чаю впала на $\Delta t_1 = 12^\circ\text{C}$. Коли в калориметр кинули другий такий самий шматок льоду, температура впала ще на $\Delta t_2 = 10^\circ\text{C}$. На скільки зменшиться температура чаю, якщо в нього кинути такий самий третій шматок льоду? Теплоємністю калориметра, теплообміном з оточуючим середовищем та домішками заварки в чай знехтувати.

Розв'язок. Запишемо рівняння теплового балансу для першого випадку:

$$c M \Delta t_1 = m \lambda + c m (t_1 - \Delta t_1),$$

де M – маса чаю, m – маса шматка льоду, λ – питома теплота плавлення льоду, c – питома теплоємність води, t_1 – початкова температура чаю. Звідси

$$\left(\frac{M}{m} + 1\right) \Delta t_1 = \frac{\lambda}{c} + t_1. \quad (1)$$

У випадку з другим шматком льоду можна записати рівняння, яке є аналогічним рівнянню (1):

$$\left(\frac{M}{m} + 2\right) \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{\lambda}{c} + t_1. \quad (2)$$

З рівнянь (1) і (2) отримаємо:

$$\left(\frac{M}{m} + 1\right) \Delta t_1 = \left(\frac{M}{m} + 2\right) \Delta t_1 + \Delta t_2,$$

звідки легко знайти відношення мас: $\frac{M}{m} = \frac{2 \Delta t_2}{\Delta t_1 - \Delta t_2} = 10$.

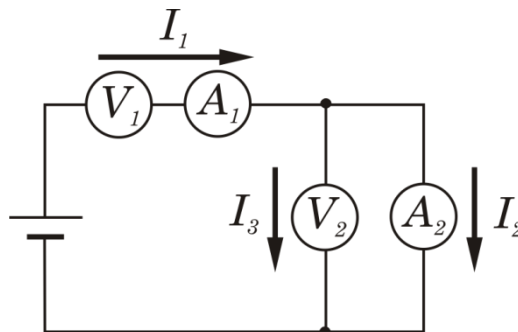
У випадку третього шматка льоду отримаємо:

$$\left(\frac{M}{m} + 3\right) \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \frac{\lambda}{c} + t_1. \quad (3)$$

З рівнянь (1) і (3), знайдемо:

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta t_2 (\Delta t_1 + \Delta t_2)}{3\Delta t_1 - \Delta t_2}$$

3. Схему складено із джерела напруги, двох однакових вольтметрів та двох однакових амперметрів. Амперметри A_1 та A_2 показують відповідно $I_1 = 1,1$ мА та $I_2 = 1,05$ мА. Вольтметр V_2 показує $U_2 = 0,05$ В. Що показує вольтметр V_1 ? Чому дорівнює напруга джерела?



Через вольтметр V_2 протікає струм $I_3 = I_1 - I_2 = 0,05$ мА. Тоді опір вольтметра $R_B = \frac{U_2}{I_3} = 1000$ Ом. Вольтметр V_1 показує $U_1 = I_1 \cdot R_B = 1,1$ В. Напруга джерела V дорівнює сумі показів вольтметрів V_1 , V_2 та падіння напруги на амперметрі A_1 : $V = U_1 + U_2 + I_1 R_A$. Знайдемо опір амперметра R_A : $R_A = \frac{U_2}{I_2} = \frac{1000}{21}$ Ом. Тоді $V = 1,1 + 0,05 + 1,1/21 \approx 1,2$ В.

4. Пучок α -частинок у досліді Резерфорда падає на тонку фольгу. При цьому невелика частка падаючих частинок відбиваються назад, втрачаючи при цьому частину своєї кінетичної енергії. При детальному дослідженні таких частинок виявилось, що деякі з них втратили 7,8% своєї початкової енергії, а інші – 13,8% початкової енергії. Дайте обґрунтоване пояснення результату досліді.

Довідка: α -частинка являє собою ядро атома ${}^4_2\text{He}$.

У досліді Резерфорда спостерігається розсіювання α -частинок в результаті однократних пружних співударень із ядрами атомів фольги. Розсіювання назад є результатом центрального удару. Під час такого удару кінетична енергія відбитої частинки

відноситься до її початкової енергії як: $\frac{(M - m)^2}{(M + m)^2}$, де m – маса α -частинки, M – маса

ядра. Зрозуміло, що наявність двох різних коефіцієнтів втрат енергії пояснюється тим, що фольга містить атоми з двома істотно відмінними масами ядер. Після елементарних обчислень легко отримати, що $M_1 = 197$ (золото), $M_2 = 108$ (срібло)

5. Для дослідження властивостей нелінійного резистора було проведено такі дослідження. Спочатку дослідили залежність опору резистора від температури. При збільшенні температури до $t_1 = 100^\circ\text{C}$ миттєво відбувався стрибок опору від $R_1 = 50\ \text{Ом}$ до $R_2 = 100\ \text{Ом}$, при охолодженні зворотній стрибок відбувався при $t_2 = 99^\circ\text{C}$. У наступному дослідженні встановили, що при прикладанні до резистора постійної напруги $U_1 = 60\ \text{В}$ він нагрівається до температури $t_3 = 80^\circ\text{C}$. Нарешті, коли до резистора приклали постійну напругу $U_2 = 80\ \text{В}$, у колі виникли спонтанні коливання струму. Температура повітря в лабораторії залишалась сталою і дорівнювала $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Тепловіддача від резистора прямо пропорційна різниці температур резистора та навколишнього середовища, теплоємність резистора $C = 3\ \text{Дж/К}$. Визначте період T цих коливань та мінімальне і максимальне значення сили струму.

Позначимо символом α коефіцієнт пропорційності між розсієюною на резисторі потужністю та різницею температур резистора та навколишнього повітря. Тоді, оскільки при напрузі $U_1 = 60\ \text{В}$ температура резистора стала і становить $t_3 = 80^\circ\text{C}$, то можна записати, що

$$U_1^2/R_1 = \alpha(t_3 - t_0) \quad (1)$$

При прикладанні напруги $U_2 = 80\ \text{В}$ температура резистора зростає. Коли вона досягає значення $t_1 = 100^\circ\text{C}$, опір резистора стрибкоподібно збільшується удвічі до значення $R_2 = 100\ \text{Ом}$. При цьому удвічі зменшується кількість теплоти, що виділяється при проходженні струму, і, якщо прикладена напруга не надто велика, то відведення теплоти почне переважати її виділення, внаслідок чого резистор почне охолоджуватись. Коли температура резистора впаде до значення $t_2 = 99^\circ\text{C}$, його опір стрибкоподібно зменшиться, і процес почне повторюватись. Таким чином у колі виникнуть коливання, обумовлені стрибкоподібною залежністю опору від температури. Температура резистора мало змінюється у процесі коливань і може вважатись сталою. Для визначеності покладемо її рівною $t_1 = 100^\circ\text{C}$. Нехай T_1 – час нагрівання резистора від 99°C до 100°C , а T_2 – час його охолодження від 100°C до 99°C . Тоді період коливань складе $T = T_1 + T_2$. Запишемо рівняння теплового балансу:

$$\begin{aligned} \frac{U_2^2 T_1}{R_1} &= \alpha (t_1 - t_0) T_1 + C(t_1 - t_2) \\ \frac{U_2^2 T_2}{R_1} &= \alpha (t_1 - t_0) T_2 + C(t_1 - t_2) \quad (2) \end{aligned}$$

Враховуючи (1), отримаємо:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{C(t_1 - t_2)}{U_2^2/R_1 - U_1^2(t_1 - t_0)/[R_1(t_3 - t_0)]} \\ T_2 &= \frac{C(t_1 - t_2)}{U_1^2(t_1 - t_0)/[R_1(t_3 - t_0)] - U_2^2/R_2} \end{aligned}$$

Підстановка числових значень дає, що $T_1 = T_2 \approx 0,1\ \text{с}$, $T = 0,2\ \text{с}$.

Максимальний та мінімальний струм: $I_{\max} = U_2/R_1 = 1,6\ \text{А}$, $I_{\min} = U_2/R_2 = 0,8\ \text{А}$.