

### III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики

Київ, 2016 рік

11 клас

1. З балкона останнього поверху шістнадцятиповерхового будинку кидають волейбольний м'яч. Визначити його прискорення відразу після удару об горизонтальну поверхню асфальту. Зіткнення вважати пружним.

**Розв'язок.** На м'яч діють сила тяжіння та сила опору повітря, що монотонно зростає із швидкістю  $v$ . Тому прискорення м'яча зменшується з часом. При падінні з достатньо великої висоти сила опору врівноважує силу тяжіння, і м'яч падає із сталою швидкістю  $v_{max}$ . Якісний характер залежності швидкості  $v$  від часу  $t$  наведено на рисунку 1. Внаслідок пружного удару швидкість міняє напрямок на протилежний, а її абсолютне значення зберігається. Відповідно сила опору стає співнаправленою із силою тяжіння і у перший момент дорівнює їй за величиною. Отже, прискорення м'яча складає  $2g$  і спрямоване до землі.

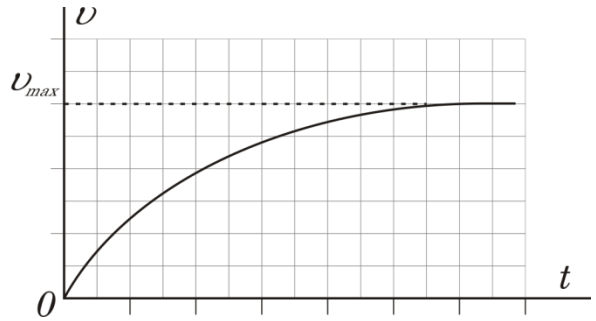


Рис. 1

2. Повітряна куля має об'єм  $V = 1,1 \text{ м}^3$ . Маса тонкої оболонки складає  $\mu = 0,187 \text{ кг}$ . Температура навколишнього повітря складає  $t = 20^\circ\text{C}$  при нормальному атмосферному тиску  $P_H = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . Густина повітря за таких умов  $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$ . До якої температури треба підігріти повітря всередині кулі, щоб вона відірвалась від землі? На яку висоту підніметься куля, якщо температура повітря в ній підтримується на рівні  $t_1 = 110^\circ\text{C}$ ? Залежність атмосферного тиску  $P$  від висоти  $h$  визначається за барометричною формулою  $P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$ , де  $P_0$  – тиск на висоті  $h = 0$ ,  $M$  – молярна маса повітря,  $T$  – його абсолютна температура,  $R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$  – універсальна газова стала,  $g = 9,82 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння. Число  $e$  – основа натурального логарифму, його приблизне значення  $e \approx 2,72$ .

**Розв'язок.**

Щоб куля злетіла, її маса разом із оболонкою має стати меншою за масу витісненого повітря:

$$\mu + \frac{MP_0V}{RT_1} < \frac{MP_0V}{RT}$$

де  $T, T_1$  – абсолютна температура оточуючого та нагрітого повітря,  $P_0$  – його тиск, що за умовою дорівнює нормальному атмосферному. Знайдемо  $T_1$ :

$$T_1 > \frac{T}{1 - \frac{\mu RT}{MP_0V}}$$

В умові задачі не наведено молярну масу повітря. Виразимо її через відому густину при заданих температурі та тиску:

$$M = \frac{\rho RT}{P_0}$$

З двох останніх формул отримаємо:

$$T_1 > \frac{T}{1 - \frac{\mu}{\rho V}} \approx 341 \text{ K}$$

Отже, куля злетить, якщо повітря нагріти до температури, вищої 68°C.

Якщо  $T_1 \approx 383 \text{ K}$ , то куля підніметься до висоти, на якій тиск  $P$  визначатиметься з умови:

$$\mu + \frac{MPV}{RT_1} = \frac{MPV}{RT}$$

Отримаємо:

$$P = \frac{\mu RT T_1}{MV(T_1 - T)} = \frac{\mu T_1}{\rho V(T_1 - T)} P_0 \approx 0.61 \times 10^5 \text{ Па}$$

$$\ln(P/P_0) = -0.51$$

$$\frac{Mgh}{RT} = \frac{\rho gh}{P_0} = 0.51 \Rightarrow h = 4,35 \text{ км}$$

3. Електрична батарея, що використовує  $\beta$ -радіоактивність, являє собою герметичну металеву сферу, всередину якої на металевому стрижні вміщено шматочок радіоактивної речовини (рис. 2). Стрижень ізольовано від сфери. Щосекунди розпадається  $n$  атомів. Енергія електрона, що утворюється при розпаді, дорівнює  $W$ . 1) Визначити Е.Р.С. такої батареї та максимальний струм, який вона спроможна дати. 2) Нехай батарея замкнена реостатом. Побудувати графік залежності струму від опору реостату.

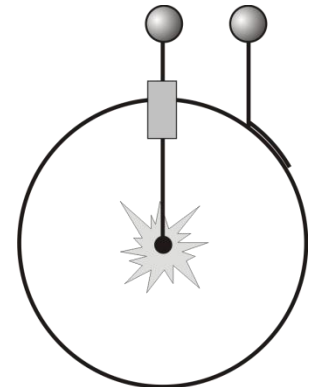
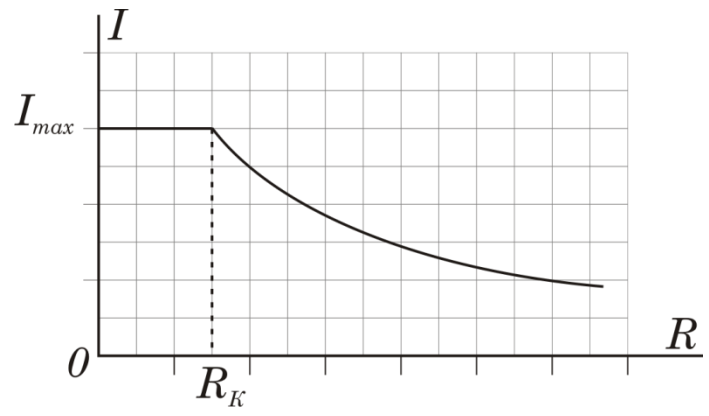


Рис. 2

**Розв'язок.**

1) Електрорушійна сила характеризує роботу сторонніх сил з переміщення заряду між розімкнутими полюсами батареї. Оскільки робота по переміщенню електрона від джерела радіоактивності до поверхні сфери виконується за рахунок його кінетичної енергії  $W$ , то  $E.P.C. = W/e$ , де  $e$  – заряд електрона. Батарея дає максимальний струм, коли всі електрони, що утворюються при розпаді, досягають поверхні сфери. Отже,  $I_{max} = ne$  (Розмірність  $n$  – обернена секунда).



2) Залежність струму  $I$  від опору зовнішнього навантаження  $R$  має дві ділянки. Для великих значень опору  $R > \frac{E.P.C.}{I_{\max}} = W / ne^2 = R_K$  маємо  $I = \frac{E.P.C.}{R}$ , тобто батарея працює як джерело напруги. Для малих опорів  $R < R_K$   $I = I_{\max}$ , батарея працює як джерело струму. Графік  $I(R)$  наведено нижче.

4. Тонкий шар прозорого скла, що має товщину 1 мм та показник заломлення  $n_0 = 1.6$ , нанесений на скляну підкладку з показником заломлення  $n_1 = 1.4$ . Над цим шаром знаходиться повітря з показником заломлення  $n_2 = 1$ . Всередині шару в точці  $A$  знаходиться точкове джерело світла, що випромінює короткі імпульси тривалістю  $\tau_0 = 10^{-9}$  с

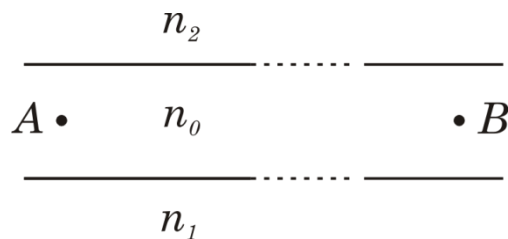


Рис. 3

(рис. 3). Яка тривалість імпульсів, що спостерігаються в точці  $B$ , яка знаходиться всередині шару на відстані 10 м? Яка картина буде спостерігатися в цій точці, якщо інтервали між імпульсами становлять  $2 \cdot 10^{-9}$  с?

#### Розв'язок.

Кут повного внутрішнього відбивання  $\alpha$  від нижньої границі:  $\sin \alpha = 7/8$ , на верхній границі його величина менша. Тому всі промені, що йдуть від джерела світла і падають на границі під кутами, більшими за  $\alpha$ , зазнають багатократного повного внутрішнього відбивання на обох границях і потрапляють в область спостереження (рис. 4).



Рис. 4

Найдовша променева траєкторія має довжину  $10 / \sin \alpha \approx 11.4$  м, найкоротша – 10 м. Час запізнення імпульсу, що іде по найдовшій траєкторії:  $(11.4 - 10) / (3 \cdot 10^8) \times 1.6 \approx 7.5 \cdot 10^{-9}$  с. (Тут враховано залежність швидкості світла від показника заломлення). Отже тривалість окремого імпульсу у точці спостереження  $\tau_0 + 7.5$  нс = 8.5 нс. При інтервалах між імпульсами 2 нс вони зливатимуться у неперервний сигнал.

5. Для дослідження властивостей нелінійного резистора були проведені такі дослідження. Спочатку дослідили залежність опору резистора від температури. При збільшенні температури до  $t_1 = 100^\circ\text{C}$  миттєво відбувався стрибок опору від  $R_1 = 50$  Ом до  $R_2 = 100$  Ом, при охолодженні зворотній стрибок відбувався при  $t_2 = 99^\circ\text{C}$ . У наступному дослідженні встановили, що при прикладанні до резистора постійної напруги  $U_1 = 60$  В він нагрівається до температури  $t_3 = 80^\circ\text{C}$ . Нарешті, коли до резистора приклали постійну напругу  $U_2 = 80$  В, у колі виникли спонтанні коливання струму. Температура повітря в лабораторії залишалась сталою і дорівнювала  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ .

Тепловіддача від резистора прямо пропорційна різниці температур резистора та навколишнього середовища, теплоємність резистора  $C = 3 \text{ Дж/К}$ . Визначте період  $T$  цих коливань та мінімальне і максимальне значення сили струму.

### Розв'язок.

Позначимо символом  $\alpha$  коефіцієнт пропорційності між розсіяною на резисторі потужністю та різницею температур резистора та навколишнього повітря. Тоді, оскільки при напрузі  $U_1 = 60 \text{ В}$  температура резистора стала і становить  $t_3 = 80^\circ\text{С}$ , то можна записати, що

$$U_1^2 / R_1 = \alpha(t_3 - t_0) \quad (1)$$

При прикладанні напруги  $U_2 = 80 \text{ В}$  температура резистора зростає. Коли вона досягає значення  $t_1 = 100^\circ\text{С}$ , опір резистора стрибкоподібно збільшується удвічі до значення  $R_2 = 100 \text{ Ом}$ . При цьому удвічі зменшується кількість теплоти, що виділяється при проходженні струму, і, якщо прикладена напруга не надто велика, то відведення теплоти почне переважати її виділення, внаслідок чого резистор почне охолоджуватись. Коли температура резистора впаде до значення  $t_2 = 99^\circ\text{С}$ , його опір стрибкоподібно зменшиться, і процес почне повторюватись. Таким чином у колі виникнуть коливання, обумовлені стрибкоподібною залежністю опору від температури.

Температура резистора мало змінюється у процесі коливань і може вважатись сталою. Для визначеності покладемо її рівною  $t_1 = 100^\circ\text{С}$ . Нехай  $T_1$  – час нагрівання резистора від  $99^\circ\text{С}$  до  $100^\circ\text{С}$ , а  $T_2$  – час його охолодження від  $100^\circ\text{С}$  до  $99^\circ\text{С}$ . Тоді період коливань складе  $T = T_1 + T_2$ . Запишемо рівняння теплового балансу:

$$\begin{aligned} \frac{U_2^2 T_1}{R_1} &= \alpha (t_1 - t_0) T_1 + C(t_1 - t_2) \\ \frac{U_2^2 T_2}{R_1} &= \alpha (t_1 - t_0) T_2 + C(t_1 - t_2) \quad (2) \end{aligned}$$

Враховуючи (1), отримаємо:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{C(t_1 - t_2)}{U_2^2 / R_1 - U_1^2 (t_1 - t_0) / [R_1(t_3 - t_0)]} \\ T_2 &= \frac{C(t_1 - t_2)}{U_1^2 (t_1 - t_0) / [R_1(t_3 - t_0)] - U_2^2 / R_2} \end{aligned}$$

Підстановка числових значень дає, що  $T_1 = T_2 \approx 0,1 \text{ с}$ ,  $T = 0,2 \text{ с}$ .

Максимальний та мінімальний струм:  $I_{\max} = U_2 / R_1 = 1,6 \text{ А}$ ,  $I_{\min} = U_2 / R_2 = 0,8 \text{ А}$ .