

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики
Київ, 2016 рік
8 клас

1. Хлопчик зі швидкістю 4 км/год йшов уздовж залізничного полотна і побачив цікаве явище. Дві електрички, які рухались назустріч одна одній зустрілися і роз'їхалися навпроти нього. Він встиг порахувати, що перша електричка мала 9 вагонів, друга – 10. Йому стало цікаво, а чи можна визначити швидкість електричок, якщо вважати, що вони були однакові за модулем? Що б ви запропонували хлопчикові?

Перший спосіб. Найбільш короткий розв'язок виходить, якщо перейти в систему відліку, пов'язану з хлопчиком. У цьому випадку швидкість першої електрички $u_1 = v - u$, а швидкість іншої становить $u_2 = v + u$. Нехай l – довжина вагона, тоді довжина першої електрички $L_1 = n_1 \cdot l$, а другої $L_2 = n_2 \cdot l$. Обидві електрички пройдуть повз хлопчика за один й той самий час

$$t = \frac{n_1 l}{v - u} = \frac{n_2 l}{v + u} \quad (1).$$

З рівняння (1) випливає, що

$$v = \frac{n_2 + n_1}{n_2 - n_1} u = 76 \text{ км/год.}$$

Другий спосіб. В системі відліку, пов'язаної із залізничним полотном за час t перша електричка пройде шлях $L_1 = n_1 l + ut$, а друга – шлях $L_2 = n_2 l - ut$. Оскільки швидкості електричок рівні, то і $L_1 = L_2$. З цієї рівності знаходимо $l = 2ut / (n_2 - n_1)$. Швидкість електричок $v = L / t = (2n_1 + 1) u = 76 \text{ км/год.}$

2. Який максимальний об'єм води густиною $\rho_1 = 1,0 \text{ г/см}^3$ можна налити в H-подібну несиметричну трубку з відкритими верхніми кінцями, яка частково заповнена маслом густиною $\rho_2 = 0,8 \text{ г/см}^3$? Площа горизонтального перерізу вертикальних частин трубки дорівнює S . Обсягом горизонтальної частини трубки можна знехтувати. Вертикальні розміри трубки і висота стовпа масла наведені на рисунку 1 (висоту h вважати заданою).

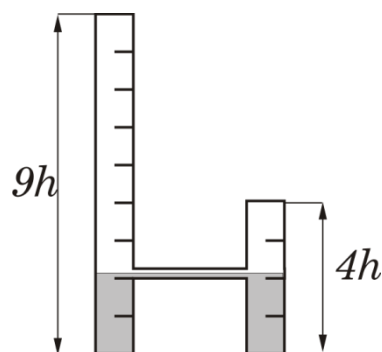


Рис. 1

Примітка. Затикати відкриті кінці трубки, нахилити її або вилити з неї масло заборонено.

Розв'язок. Важливо, щоб у короткому коліні залишилося якомога менше масла. Тоді у високій трубці можна буде створити стовп максимальної висоти, який перевищує $4h$. Для цього почнемо наливати воду в праве коліно. Так триватиме до того часу, поки рівень води не досягне висоти $2h$ в правому коліні, а рівень масла, відповідно, – $3h$ в лівому. Подальше виштовхування масла неможливо, оскільки межа розділу масло-вода в правому коліні стане вищою за рівень сполучної трубки, і в ліве коліно почне надходити вода. Процес додавання води доведеться припинити, коли верхня межа масла в правому коліні досягне верху коліна.

Умова рівності тисків на рівні сполучної трубки дає:

$$(2h + x) \cdot 0,8 \rho_1 = \rho_1 h + 0,8 \rho_1 h,$$

звідки $x = 0,25h$. Остаточню, води вдалося налити $4,25h$

3. Петрик склеїв чотири цеглини (маса кожної $m = 3,24$ кг) водостійким клеєм. В результаті у нього вийшов цегляний колодязь, який він приклеїв до дна акваріума прямокутної форми з площею дна $S_0 = 540$ см². Після цього він почав наливати воду зі шланга, який розташований між стінкою посудини та цегляним колодязем (рис. 1). Обсяг води (ϑ , л/с), який надходив зі шланга щосекунди був незмінний. Петрик дослідив залежність рівня води в посудині h від часу (рис. 2). Час $t = 0$ відповідає початку надходження води в акваріум. За результатами дослідження хлопчик визначив довжину A , ширину B й товщину C кожної цеглини, а також густину матеріалу, з якого вони зроблені. Які значення цих величин він отримав? Масою клею знехтувати.

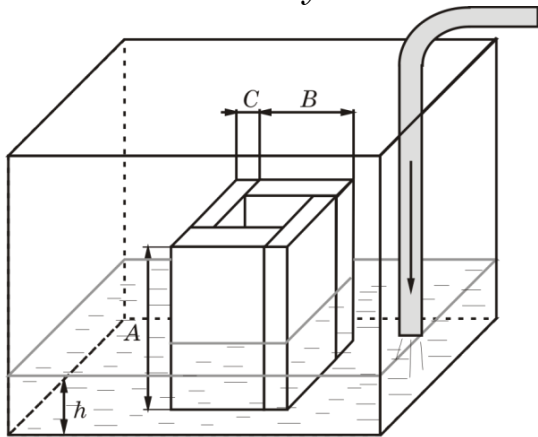


Рис. 1

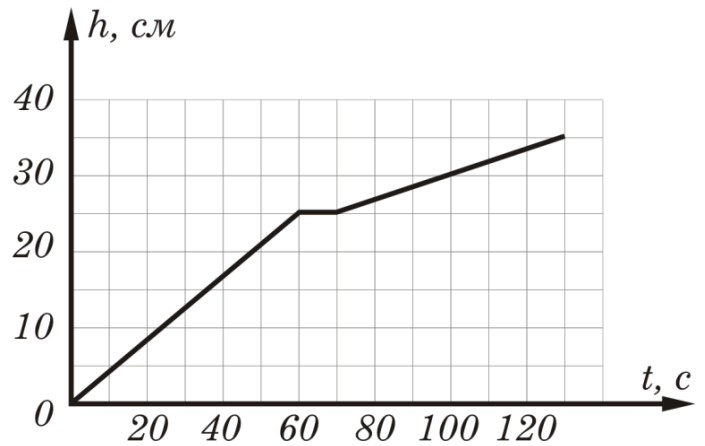


Рис. 2

Розв'язок. Проаналізуємо графік, який отримав Петрику (рис. 1). Ділянка від 0 до 60 с відповідає заповненню водою простору між стінками акваріума та цеглинами. Об'єм, який заповнюється водою визначається за формулою: $V = (S_0 - S_1) h$, де $S_1 = (B + C)^2$. Протягом наступних 10 с рівень води в посудині не змінюється. Це означає, що вода заповнює лише внутрішній об'єм цегляного колодязя. Площа внутрішньої частини становить $S_2 = (B - C)^2$. Починаючи з 70-ї секунди рівень води знову перевищує висоту A цеглин. З графіка випливає, що довжина цеглини $A = 25$ см. З цього моменту заповнення акваріума відбувається повільніше, ніж на першій ділянці, оскільки площа, яка заповнюється стала більшою і дорівнює площі дна акваріума. Ділянка графіка від 70-ї до 130-ї секунди дозволяє визначити швидкість надходження води ν в літрах за секунду. Оскільки за $\Delta t_3 = 60$ с в посудину надійшов об'єм $\Delta h S_0$, де $\Delta h = 10$ см (див. рис. 2), то

$$\vartheta = \frac{\Delta h S_0}{\Delta t_3} = \frac{10 \text{ см} \times 540 \text{ см}^2}{60 \text{ с}} = 90 \frac{\text{см}^3}{\text{с}} = 0,09 \frac{\text{л}}{\text{с}}$$

За першою частиною графіка (до 60-ї секунди) можна визначити зовнішню площу цегляного колодязя. Оскільки за $\Delta t_1 = 60$ с рівень води досяг значення $h_0 = 25$ см, то об'єм води, яка надійшла з одного боку дорівнює добутку цієї висоти на різницю площ S_0 та S_1 , з іншого боку цей об'єм дорівнює добутку швидкості надходження води на час її надходження. Таким чином отримуємо рівняння:

$$h_0 (S_0 - (B+C)^2) = \nu \Delta t_1 \text{ або } S_1 = (B + C)^2 = S_0 - \frac{\vartheta \Delta t_1}{h_0} = 540 - \frac{90 \cdot 60}{25} = 324 \text{ см}^2. \quad (1)$$

Заповнення внутрішньої частини колодязя тривало $\Delta t_2 = 10$ с. Отже,

$$h_0 (B - C)^2 = \nu \Delta t_2 \text{ або } (B - C)^2 = (\nu \Delta t_2) / h_0 = 36 \text{ см}^2 \quad (2)$$

З (1) і (2) знаходимо $B = 12 \text{ см}$, $C = 6 \text{ см}$. Таким чином об'єм однієї цеглини дорівнює $V = ABC = 6 \times 12 \times 25 = 1800 \text{ см}^3 = 0,0018 \text{ м}^3$ а густина $\rho = \frac{M_k}{V} = 1800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

4. У скелі, що примикає до моря, є печера. Вхід до печери затоплений (рис. 3). Глибина моря біля входу в печеру 5 метрів, а рівень води в печері на 1 метр нижче. Визначте тиск повітря в печері. Атмосферний тиск 100000 Па .

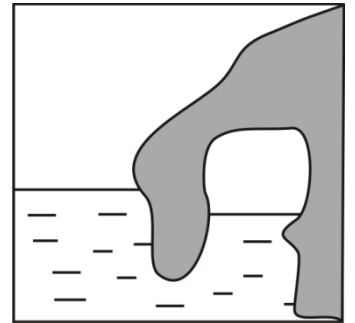


Рис. 3

За законом сполучених посудин тиск у дна всередині печери і зовні повинний бути однаковий, а оскільки всередині печери висота стовпа води на 1 м менша, ніж зовні, то тиск повітря всередині неї має бути більший ніж зовнішній на $\rho g \Delta h = 10000 \text{ Па}$, отже, тиск усередині печери дорівнює 110000 Па .

5. Невагомий блок E підвішений до лівого кінця однорідного важеля ABC масою M (рис. 4). Плече AB удвічі менше за BC . Довгий неоднорідний вантаж F масою m одним кінцем з'єднаний з кінцем важеля C , а другим – через блок E з вантажем D . Якою має бути маса вантажу D , щоб система знаходилась у рівновазі?

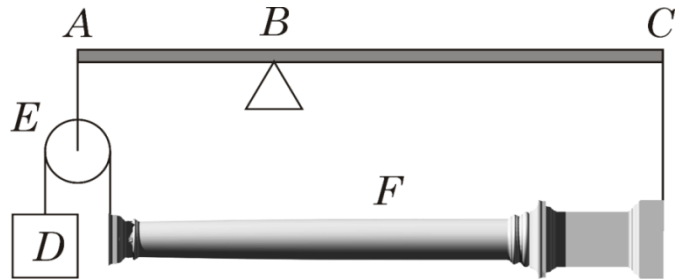


Рис. 4

Нехай m_1 – невідома маса, T_1 – сила натягу нитки, яка перекинута через блок, T_2 – сила натягу нитки, яка прикріплена до правого кінця важеля, T – сила натягу нитки, яка прикріплена до лівого кінця важеля, a – довжина лівого плеча, b – правого. Оскільки вантажі нерухомі, то сила тяжіння, яка діє на них, компенсується силами натягу ниток, що приєднані до них. Тому $mg = T_1 + T_2$, $m_1g = T_1$. Блок невагомий та нерухомий, тому $T = 2T_1$. Оскільки важіль однорідний, а відношення плечей – $1/2$, то ліве плече має масу $M/3$, праве – $2M/3$. З умови рівноваги важеля:

$$\frac{Mg}{3} \cdot \frac{a}{2} + T \cdot a = \frac{2Mg}{3} \cdot \frac{b}{2} + T_2 \cdot b$$

Оскільки $b/a = 2$, то: $T - 2T_2 = Mg/2$. Розв'язуючи систему рівнянь знаходимо: $m_1 = M/8 + m/2$.