

Міністерство освіти і науки України
 ЛІІІ Всеукраїнська олімпіада юних фізиків, м. Івано-Франківськ, 2016
 Теоретичний тур, 10-й клас

1. З марсохода Земля може мати вигляд серпу (рис.1) із товщиною освітленої частини l у середній частині, удвічі меншою за видиму ширину L . Визначте відстань між Землею та Марсом у цей момент. Через скільки діб Земля виявиться повністю затемненою, якщо у період спостереження відношення l/L зменшується? Відстань від Землі до Сонця $R_{зс}=150$ млн. км; від Марса до Сонця $R_{мс} = 228$ млн. км; маса Сонця $M=2 \cdot 10^{30}$ кг; гравітаційна стала $G=6,67 \cdot 10^{-11}$ м³/кг·с².

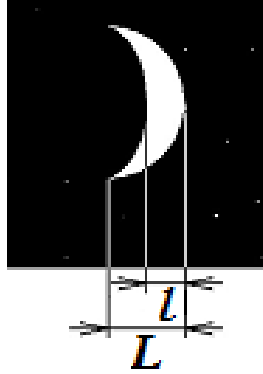
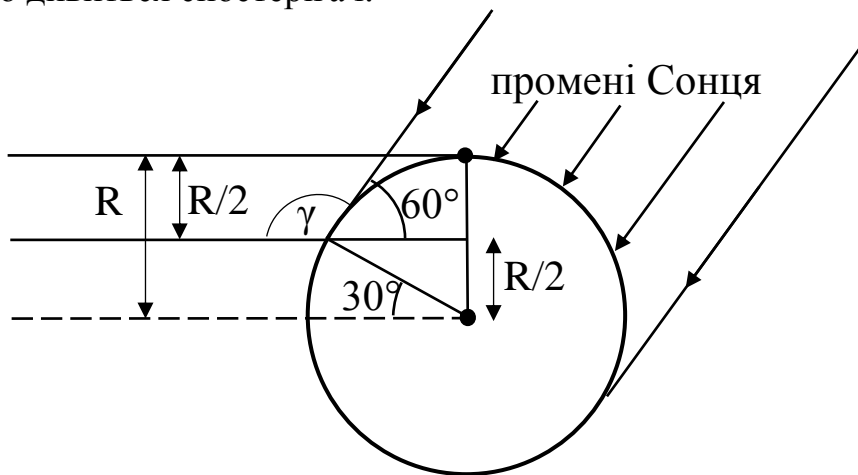


Рис. 1

Розв'язок:

Розглянемо освітленість Землі Сонцем. Оскільки при початковому освітленні товщина середньої частини місяця вдвічі менша за загальну ширину (радіус), то, як можна побачити з малюнку, освітленість Землі Сонцем відбувається під кутом 120° до напрямку на Марс, з якого дивиться спостерігач.



На наступному малюнку показано як при цьому розташовано Марс та Землю. Розглянувши вказаний на рисунку трикутник М1-С-31 можна за теоремою косинусів знайти шукану відстань $R_{мз}$.

$$R_{мс}^2 = R_{зм}^2 + R_{зс}^2 - 2R_{зм}R_{зс}\cos 120^\circ$$

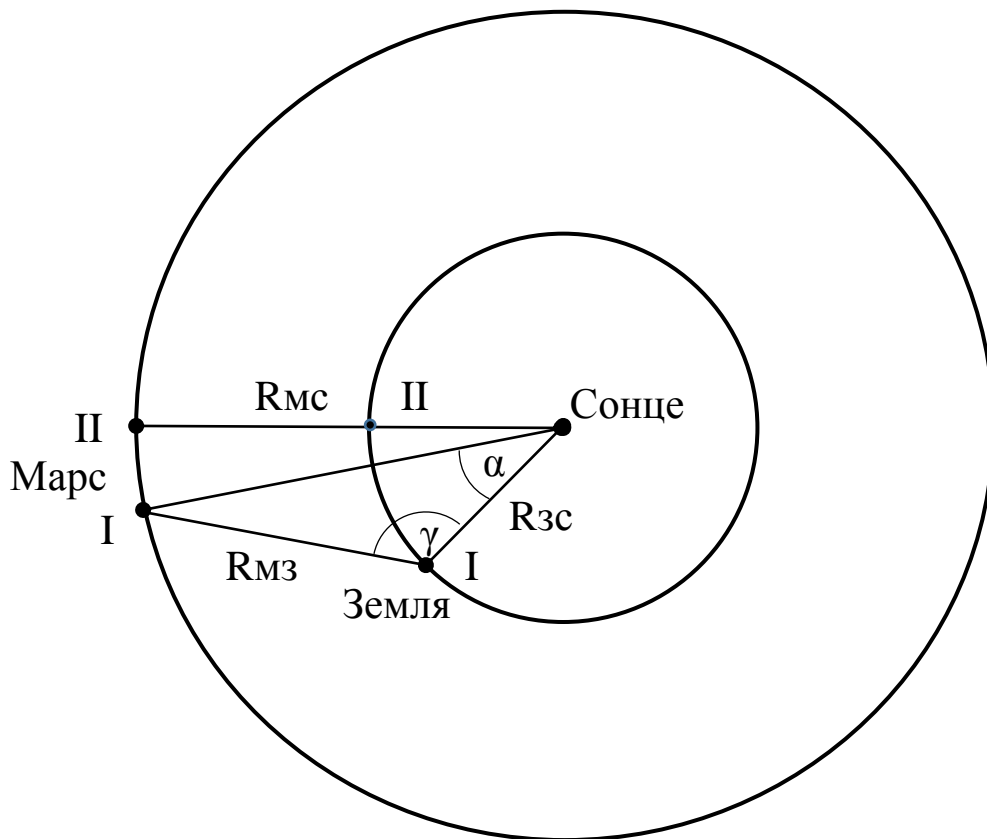
Звідки, розв'язуючи квадратне рівняння відносно $R_{зм}$, знайдемо:

$$R_{зм} \approx 112 \text{ млн. км}$$

З теореми синусів, можна знайти кут α :

$$\frac{\sin \alpha}{R_{зм}} = \frac{\sin \gamma}{R_{см}}$$

$$\alpha \approx 25,3^\circ$$



Планети рухаються по орбіті під дією сили тяжіння, яка в цьому випадку є доцентровою:

$$m\omega^2 R = G \frac{mM}{R^2}$$

Тому кутова швидкість, з якою рухаються планети визначається виразом:

$$\omega = \sqrt{G \frac{M}{R^3}}$$

Зміщення Землі відносно Марса визначається відносною кутовою швидкістю:

$$\omega_B = \sqrt{G \frac{M}{R_{зс}^3}} - \sqrt{G \frac{M}{R_{мс}^3}}$$

Тоді час змінення фази Землі можна знайти:

$$t = \frac{\gamma}{\omega_B} = \frac{\gamma}{\sqrt{G \frac{M}{R_{зс}^3}} - \sqrt{G \frac{M}{R_{мс}^3}}} \approx 55 \text{ діб}$$

Відповідь: $R_{зм} \approx 112$ млн. км; $t \approx 55$ діб.

2. У лабораторії виготовили плоску пластину з провідників двох сортів: «білого» та «чорного» (рис.2). Питомі опори напівпровідників: «білого» – $\rho_1=8 \cdot 10^{-6}$ Ом·м, «чорного» – $\rho_2=16 \cdot 10^{-6}$ Ом·м, товщина плиток однакова. Опір пластини по «чорній» діагоналі (між виводами *A* та *B*) дорівнює $R_{AB}=12$ Ом, а по «білій» (між виводами *C* та *D*) – $R_{CD}=8$ Ом. Після нагріву пластини питомий опір «білого» напівпровідника зменшився удвічі, а «чорного» – у вісім разів. Яким після нагріву став опір пластини

між виводами A і B та між виводами C і D ? Опір контактів у точках A , B , C , D не враховуйте.

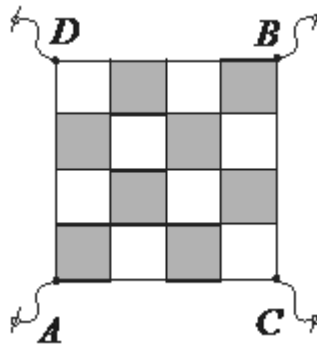


Рис. 2

Розв'язок задачі № 2, 10 клас

1) Якби опір обох напівпровідників зменшився в однакову кількість разів (у n разів), то й опір пластини по обом діагоналям зменшився б у ту саму кількість разів. На рис. 1 ми показали, який вигляд мала б пластинка за $n = 4$.

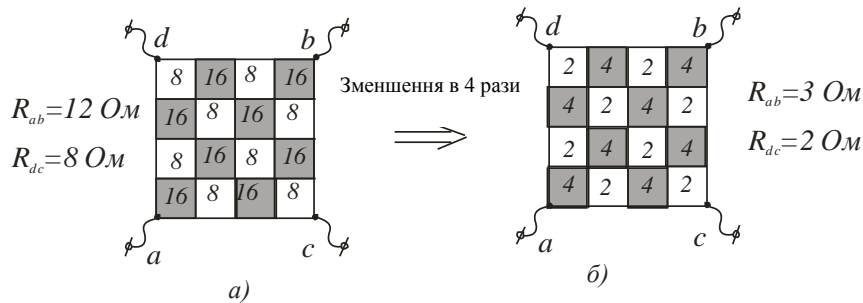


Рис. 1. Зменшення всіх опорів у чотири рази

2) Подивимось тепер, що виходить з нашою пластинкою внаслідок нагрівання. Щоб побачити відповідь, ми на рис. 2, в зафарбували чорним не другий тип напівпровідника, а перший: ті плитки, у яких менший питомий опір.

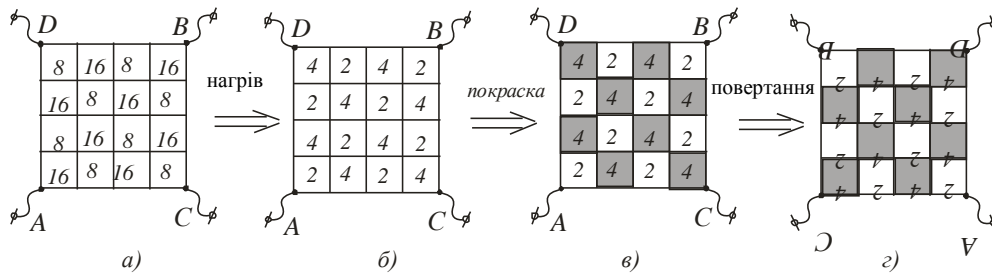


Рис. 2

Пластина на рис. 2, в дуже схожа на ту, яку зображено на рис. 1, б. Тотожність буде повною, якщо ми подивимось на нашу пластину з іншого боку аркуша (повернемо аркуш на 180° відносно вертикальної осі, як на рис. 2, г). Отже, читаємо відповідь з рисунків 2 і 3.

Опір нагрітої пластини між виводами A і B такий самий, як опір пластини на рис. 1, б між точками C і D . Тому $R_{AB} = 2 \text{ Ом}$.

Опір нагрітої пластини між виводами C і D такий самий, як опір пластини на рис. 1, б между точками A і B . Тому $R_{CD} = 3 \text{ Ом}$.

Відповідь: $R_{AB} = 2 \text{ Ом}$, $R_{CD} = 3 \text{ Ом}$.

3. Щоб пересунути піддон, на якому було складено 1000 цеглин, використали вантажівку. Коли прикріпили трос до верхнього гачка (рис. 3, а), то вантажівка пробуксовувала і не змогла зсунути вантаж. Щоб вона змогла зсунути вантаж потрібно зняти не менше 315 цеглин. Коли ж прикріпили трос до нижнього гачка (рис. 3, б), то вантажівка змогла зрушити вантаж з додатковими 315 цеглинами (до початкової кількості

– 1000 цеглин). В обох випадках трос утворював той самий кут із горизонтом. Визначте масу вантажівки «в цеглинах», якщо маса піддона дорівнювала масі 125 цеглин. Коефіцієнт тертя коліс і піддона об землю однаковий, двигун передає обертання на всі колеса.

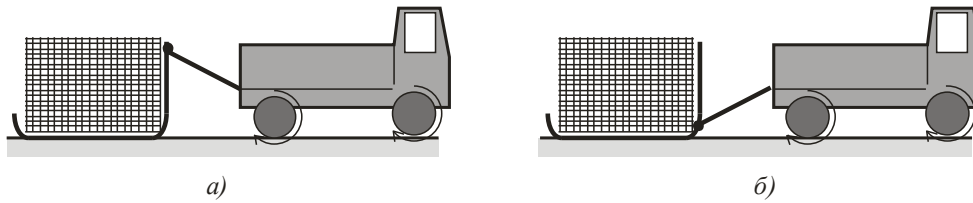


Рис.3

Розв'язок

Пояснимо в чому різниця першого та другого з'єднання вантажівки з піддоном.

В першому випадку трос притискає піддон до землі, збільшуючи силу тертя, яка втримує піддон на місці, та «припідіймає» грузовик над землею, зменшуючи силу тертя, що діє на колеса грузовика та спричиняє рух. (Зазначимо, що силу тертя, яка діє на колеса грузовика, в техніці називають силою тяги.) У другому випадку все навпаки.

Загальним у обох випадках є те, що обидві сили тертя сягають свого максимального значення, тобто є силами тертя ковзання, та зрівноважують одна одну. (За умовою задачі рух повільний.) За фіксованого значення кута, під яким напрямлений трос, і коефіцієнта тертя таке можливе лише за певного відношення мас, що «притискається» та «припідіймається».

У першому випадку масою, що «притискається», є піддон, на якому лежить 685 цеглин (загальна маса дорівнює $M_1 = (685 + 125) \cdot m_0 = 810 \cdot m_0$, де m_0 – маса однієї цеглини), а масою, що «припідіймається», є автомобіль (маса m_x). У другому випадку маса, що «притискається», – це автомобіль, а маса, що «притискається», – піддон, на якому лежать 1315 цеглин (загальна маса дорівнює $M_2 = 1440 \cdot m_0$). Записавши умову, що в обох випадках відношення мас є однаковим:

$$\frac{M_1}{m_x} = \frac{m_x}{M_2},$$

Отримаємо відповідь

$$m_x = \sqrt{M_1 M_2} = 1080 \cdot m_0$$

Відповідь: маса автомобіля становить 1080 цеглин.

4. Переважна більшість метеорних тіл перед входом в атмосферу Землі мають швидкості від v_{min} до v_{max} . Вважається, що це свідчить про їхню належність Сонячній системі. Знайдіть значення v_{min} і v_{max} . Щорічно астрономи фіксують нові довгоперіодичні комети, періоди яких сягають десятків і сотень тисяч років. Уявіть, що площина орбіти такої комети перпендикулярна площині земної орбіти, і комета пролітає зовсім близько від земної атмосфери. Оцініть швидкість комети відносно Землі у цей момент. Чи може такий проліт привести до того, що комета назавжди покине Сонячну систему? Відповідь обґрунтуйте. Відстань від Землі до Сонця $r_0 = 1,5 \cdot 10^{11}$ м, радіус Землі $R = 6,4 \cdot 10^6$ м, перша космічна швидкість для Землі $v_1 = 7,9$ км/с.

Розв'язок.

Вважатимемо, що Земля рухається по колу з періодом $T = 365$ діб. Швидкість її орбіта-

льного руху $v_1 = \frac{2\pi r_0}{T} \approx 30 \text{ км/с}$. Це теж перша космічна швидкість, але для Сонця на відстані однієї астрономічної одиниці. Друга космічна швидкість у $\sqrt{2}$ разів більша першу: $v_2 = \sqrt{2}v_1$. Отже, тіла сонячної системи можуть перетинати відстань в 1 а.о. зі швидкостями не більшими за v_2 . Найбільшою швидкістю відносно Землі $v_2 + v_1 = (\sqrt{2} + 1)v_1$ буде, якщо таке тіло рухатиметься назустріч Землі (на деякій відстані від планети, де її гравітаційним впливом ще можна нехтувати). Далі Земля притягне тіло і додатково розжене його. Оскільки висота атмосфери у порівнянні з радіусом Землі невелика, знайдемо v_{\max} із закону збереження енергії, де за найменшу відстань від центру Землі до комети візьмемо R :

$$\frac{m((\sqrt{2} + 1)v_1)^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} + \left(-\frac{GmM}{R}\right) = \frac{mv_{\max}^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2},$$

$$v_{\max} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2 v_1^2 + 2v_1^2} \approx 73 \text{ км/с}.$$

Найменша швидкість відносно Землі (на відстані, де її гравітаційним впливом можна знехтувати) може дорівнювати нулю. Тоді із закону збереження енергії отримуємо найменшу швидкість падіння на Землю метеорних тіл:

$$0 = \frac{mv_{\min}^2}{2} - \frac{GmM}{R} = \frac{mv_{\min}^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}.$$

Як бачимо, найменша швидкість $v_{\min} = v_2 = \sqrt{2}v_1 \approx 11 \text{ км/с}$ збіглася з другою космічною, що й зрозуміло із оберненості руху у подібних задачах. Отже, більшість метеорних тіл перед входом в атмосферу Землі мають швидкості від 11 км/с до 73 км/с.

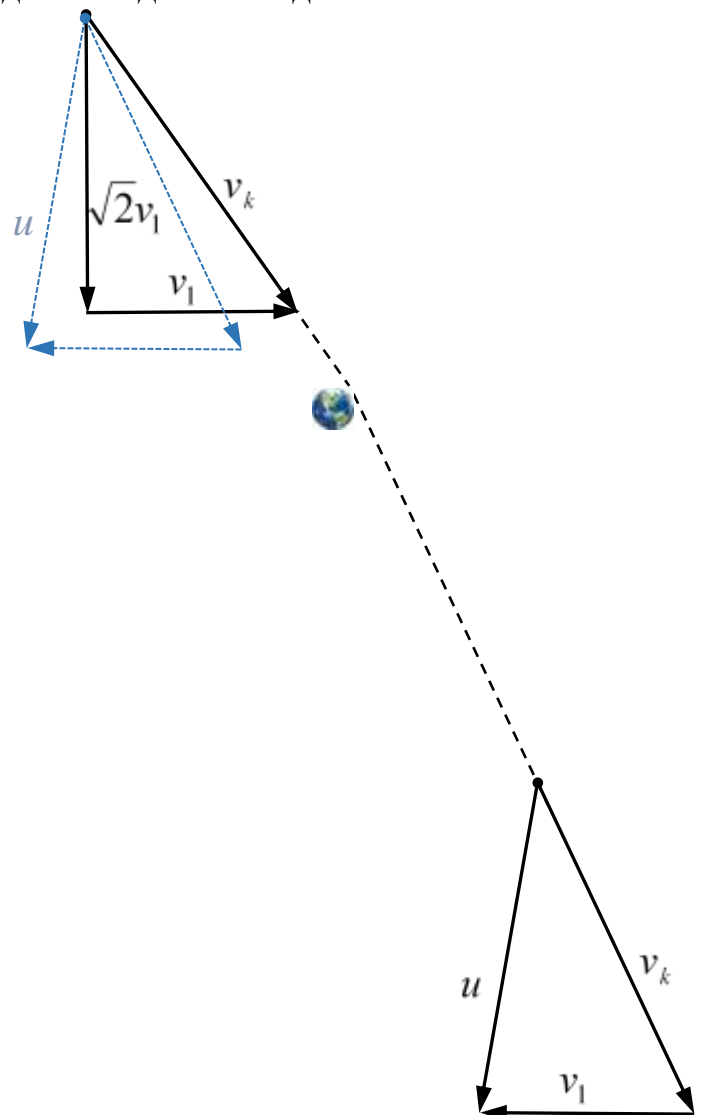
За умовою комета має дуже великий період. Це означає, що вона віддаляється від Сонця на величезну відстань, а її швидкість при наближенні на 1 а.о. майже дорівнює другій космічній $v_2 = \sqrt{2}v_1$. Точність числових умов задачі (дві значущі цифри) дозволяє знехтувати відмінністю швидкості комети від v_{II} на 1 а.о. від Сонця. Швидкості комети і Землі перпендикулярні одна одній. Отже, відносна швидкість на відстані, де гравітаційним впливом Землі ще можна знехтувати $v_k = \sqrt{v_2^2 + v_1^2} = \sqrt{3}v_1$. Скористаємось законом збереження енергії

$$\frac{m(\sqrt{3}v_1)^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \left(-\frac{GmM}{R}\right) = \frac{mu^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2},$$

звідки знаходимо швидкість u комети поблизу земної атмосфери:

$$u = \sqrt{3v_1^2 + 2v_1^2} \approx 53 \text{ км/с}.$$

Такий проліт комети повз Землю не тільки змінить напрям її руху, але й збільшить, або зменшить її швидкість відносно Сонця в залежності від того, з якої сторони комета пролітатиме повз



Землю. Подібні маневри стандартно і навіть по декілька разів за місію використовують автоматичні космічні станції на шляху до віддалених тіл сонячної системи, або за її межі. Якщо швидкість комети буде збільшена, вона назавжди покине сонячну систему з дуже малими шансами наблизитись до іншої зорі хоча б і через мільйони років. Відносно Землі швидкість комети на однаковій, достатньо великій відстані, буде однаковою $\sqrt{3}v_1$ хоч до наближення, хоч після. Але після наближення комети зміниться напрям її відносної швидкості, що й призведе до збільшення її швидкості відносно Сонця. Випадок найбільш суттєвого збільшення швидкості зображений на рисунку.

5. На рис.4 подана залежність вертикальної складової швидкості парашутиста від часу (v_y) з тестового завдання з фізики однієї освітньої компанії. Проаналізуйте графік з фізичної точки зору і вкажіть на наявні в ньому невідповідності. Зобразіть схематично правильну, на Ваш погляд, залежність $v_y(t)$. Висоту падіння парашутиста оберіть приблизно такою самою, як і на наведеному рисунку.

The graph shows how the downward velocity of a parachutist changes with time from leaving the aircraft to landing on the ground. The parachute is not opened until some time into the fall.

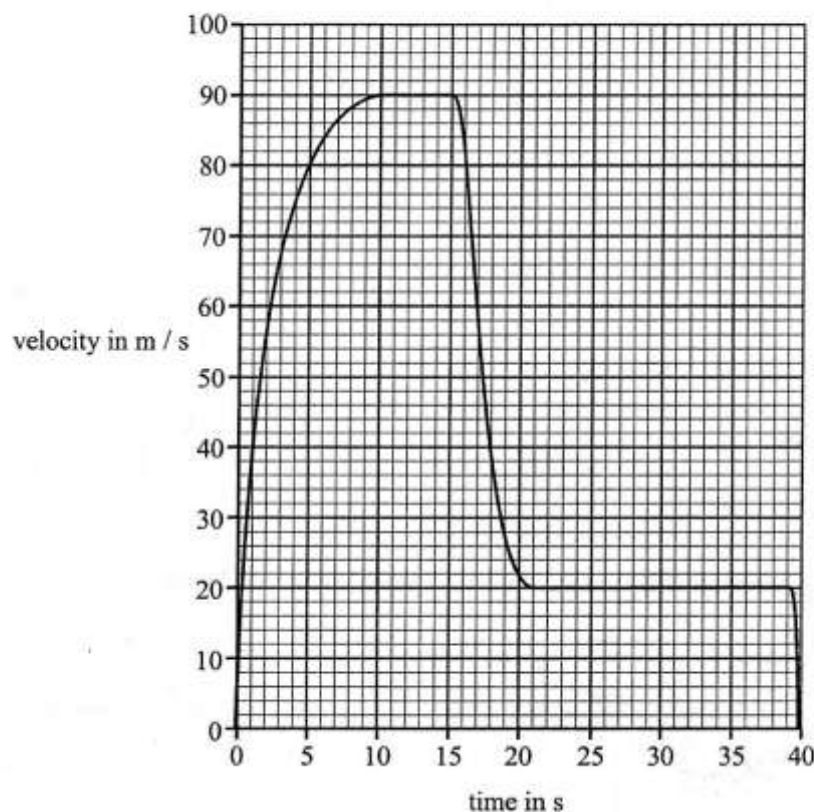


Рис.4

Розв'язок.

1. Якісно описуємо графік.

Відповідно до графіка перші 10 секунд вертикальна складова швидкості парашутиста зростала під дією сили тяжіння і сповільнювалась під дією сили опору повітря. У момент, коли ці сили зрівнялись, парашутист досяг швидкості 90 м/с, і продовжив рівномірний рух 5с. На 16-ій секунді розкривається парашут, і за наступні 5с швидкість різко зменшується і встановлюється рівною 20 м/с, такий рух триває з 21 по 39-у секунду. На протязі 40-воє секунди парашутист торкається землі і гасить швидкість. Висоту, з якої здійснено стрибок, можна оцінити по площі під графіком, вона приблизно дорівнює 1800 м.

2. Чисельна оцінка середнього прискорення за першу секунду руху дає значення $a=40\text{м/с}^2$, що у 4 рази більше за прискорення земного тяжіння $g=10\text{м/с}^2$. Це помилка.

3. На кінцевому етапі руху парашутист гасить об землю швидкість 20м/с . Таку швидкість набуває тіло про вільному падінні з висоти $h=v^2/2g=20\text{м}$. Тобто удар об землю буде надто потужний. Це друга помилка.

4. Якщо вважати, що спеціально тренувана людина може вціліти при стрибку приблизно з висоти у 5м , то її швидкість перед ударом об землю буде $v=(2gh)^{1/2}=10\text{м/с}$. З цієї оцінки можна припустити, що масштаб швидкості завищений вдвічі, і його слід змінити, тобто $90/2=45(\text{м/с})$, а $20/2=10(\text{м/с})$.

5. Виходячи з умови рівності пройдено шляху, масштаб часу необхідно збільшити у 2 рази, тобто 1 клітинка стане відповідати 2с .

Перебудувавши графік у новому масштабі отримаємо більше узгодження залежності з реальним подіями:

1. За перші дві секунди парашутист набуде швидкість 20м/с .

2. Якщо вважати, що сила опору повітря дорівнює $F=kv^2$, де k залежить від поперечного перерізу тіла, то при швидкості, наближеній до 45м/с , наприклад, 44м/с , $a=0,43\text{м/с}^2$, а при 10м/с $a=-0,21\text{м/с}^2$, що наближається до значень, отриманих з графіка.

3. Відношення поперечних перерізів тіла парашутиста і парашута обернено пропорційне відношенню квадратів швидкостей, тобто рівне $20,25$. Якщо вважати, площа тіла людини приблизно дорівнює 1м^2 , то площа парашута буде рівною приблизно $20,25\text{ м}^2$.

Задачі запропонували В.П.Сохацький (1), Є.П.Соколов (2-3), О.Ю.Орлянський (4-5).