III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики
Київ, 28.01.2018
Можливі розв'язки
8 клас

1. *Під час зважування меду в банці юний експериментатор скористався важелем, який зображений на рис. 1. Коли юний фізик пішов, мурахи стали повзти одна за одною до банки: спочатку на камінь, потім вздовж нитки, важеля тощо. Скільки мурах можуть заповзти одночасно на конструкцію хлопчика, якщо мурахи однакові і повзуть щільно одна за одною? Вважати, що кожна мураха має довжину l. Важіль має довжину 2L (L >> l). Тертям у точці кріплення важеля й розмірами каменя знехтувати.*

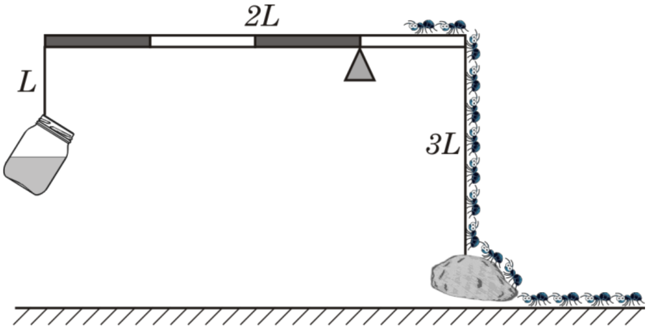

Рис. 1

Оскільки вся система перебувала в рівновазі (причому незалежно від однорідності й ваги важеля), а тертя дуже мале, то під час заповзання першої мурашки камінь почне торкатися підлоги. А коли з іншого боку від осі важеля буде достатньо мурах для порушення рівноваги, то він підніметься на певну висоту й мурахи більше не зможуть на нього забратися.

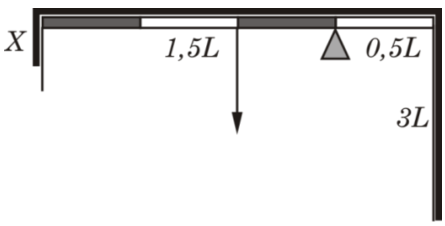

Рис. 2

Мурахи однакові, отже маса всіх мурах буде пропорційна довжині тих відрізків, які вони заповнюють. Нехай X – довжина ділянки короткої нитки, на якій висить банка (очевидно, що в момент відриву каменя від підлоги $0 < X < L$). Тоді маса мурах, яка заповнює цей відрізок, дорівнює $m\frac{X}{l}$.

Нова умова рівноваги системи буде визначатися наявністю мурах і, коли камінь вже не торкається підлоги, буде мати вигляд

$$\frac{mX}{l}\,\frac{3}{2}L + \frac{m\,2L}{l}\,\frac{L}{2} = \frac{m\,3L}{l}\,\frac{L}{2}$$

Тут враховано, що центр мас ланцюжка мурашок на важелі знаходиться на відстані *L/2* від осі важеля. Таким чином, $X\cdot 3L+2L\cdot L=3L\cdot L$. Тобто $X=L/3$. Повне число мурах, при якому камінь повернеться в попереднє положення – відірветься від підлоги, дорівнюватиме $\frac{2L+3L+X}{l} = \frac{16L}{3l}$.

Більш точний варіант відповіді – якщо знехтувати мурахами, які повзуть вздовж каменя, то кількість мурах має бути цілою і перевищувати величину $\frac{16L}{3l}$.

2. *В циліндричній склянці з водою, що стоїть на столі, плаває інша циліндрична склянка, в яку також налили деяку кількість води m (рис. 3). Як зміниться рівень води у великій склянці, якщо в малу налити масу води Δm? Площа дна великої склянки 3S, малої – S. Густина води ρ. Під час заповнення водою малої склянки вона не опускається на дно великої. Стінки склянок дуже тонкі.*

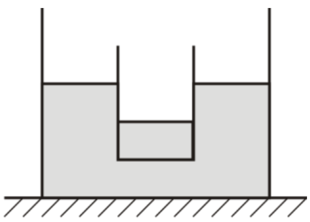
Рис. 3

Умова рівноваги для склянки, яка плаває дає: $Mg + mg = \rho g V_{з.ч.}$

де M – маса склянки, яка плаває, m – маса води в ній, $V_{з.ч.}$ – об'єм зануреної в воду частини склянки. Для зануреної в воду частини склянки можна записати $V_{з.ч.} = Sh_1 + Sh_2$, де h_1 – висота шару води в склянці, h_2 – різниця рівнів води у великій і малій склянці. Звідси отримуємо $Mg + mg = \rho g S h_1 + \rho g S h_2$

Оскільки стінки склянки, що плаває – тонкі, добуток $\rho g S h_1$ дорівнює масі води, яка налита в малу склянку. Звідси робимо висновок, що різниця рівнів води у великій і малій склянках визначається тільки масою склянки, яка плаває і не залежить від маси води в ньому $M = \rho S h_2$. А оскільки шар води в малій склянці збільшується на величину $\Delta h = \frac{\Delta m}{\rho S}$, то на цю величину збільшиться відстань від поверхні води в великій склянці до дна малої склянки. Використовуючи цю умову, знайдемо підйом рівня води в великій склянці.

Нехай мала склянка під час наливання в неї води опустилася на величину Δx_1 (відносно свого початкового стану). Тоді вона виштовхнула додатково з великої склянки об'єм води $\Delta x_1 S$. Це призводить до підняття рівня в великій склянці на величину Δx_2 яку можна знайти з очевидного співвідношення

$$(3S - S)\Delta x_2 = S\,\Delta x_1 \qquad \Delta x_2 = \frac{\Delta x_1}{2}$$

А оскільки $\Delta x_1 + \Delta x_2 = \Delta h$, знаходимо з попередньої формули

$$\Delta x_1 = \frac{2\,\Delta h}{3} = \frac{2\,\Delta m}{3\rho S}$$

3. *Автомобіль їде з одного міста в інше зі швидкістю, яка змінюється від часу за графіком (рис. 4). Визначити середню швидкість автомобіля на перших 20% пройденого шляху.*

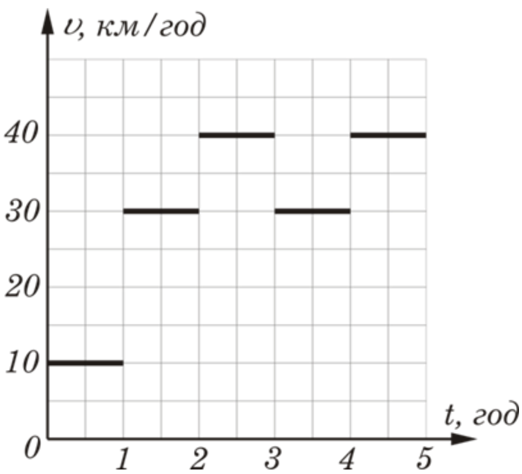

Рис. 4

Шлях, який пройшов автомобіль, знаходимо, застосовуючи формулу «відстань – час – швидкість» до кожної з п'яти годин руху автомобіля (або як площа під графіком швидкості) – *S = 150 км*. Одна п'ята цієї відстані – *30 км*. З графіка робимо висновок, що за першу годину автомобіль проходить *10 км*, а за другу (рухаючись з постійною швидкістю) – *30 км*. Отже, 30 км автомобіль пройде за 1 першу година і 2/3 другої години. Тому середня швидкість автомобіля на одній п'ятій частині шляху дорівнює

$$\vartheta_{ср} = \frac{30}{\frac{5}{3}} = 18 \text{ км/год}.$$

4. *У лабораторії провели вимірювання маси та об'єму п'яти тіл, які виготовлені з чотирьох матеріалів: берези, $\rho_б$ = 0,7 г/см^3, алюмінію, ρ_{Al} = 2,7 г/см^3, заліза, ρ_{Fe} = 7,8 г/см^3 і свинцю, ρ_{Pb} = 11,3 г/см^3. Результати нанесли на графік, по одній вісі відклали об'єми тіл V_i, а по іншій їх маси m_i. Індекс «і» може приймати значення 1, 2, 3, 4, 5 – відповідно до номерів точок на графіку. На жаль, з часом масштаб*

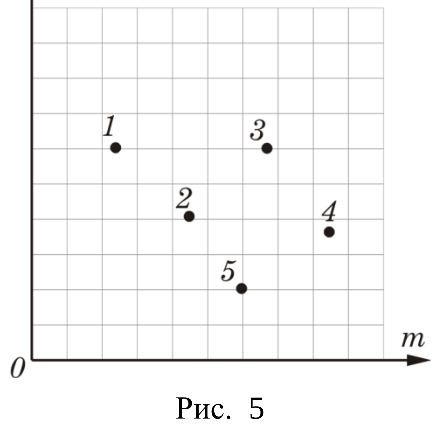

Рис. 5

по осях був втрачений, а експериментатори в поспіху забули записати, якій речовині яка експериментальна точка відповідає. Визначте:

- *з якого матеріалу виготовлено тіло найбільшої маси?*
- *у тіла з яким номером була найменша густина? Чому вона дорівнює?*
- *якій точці відповідає тіло, яке виготовлене зі свинцю?*
- *які тіла виготовлені з однакової речовини? Визначте з якої.*

Примітка! Застосовувати власні лінійки для нанесення на графік масштабу забороняється.

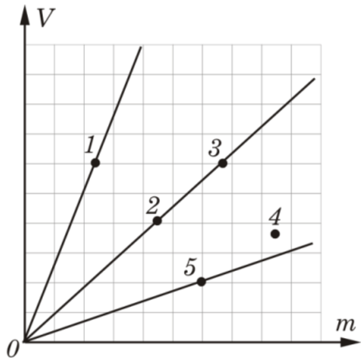

Рис. 6

Найбільшу масу має тіло *4*. Його координата по осі *0m* найбільша. За визначенням, густина $\rho = m/V$. На даних осях точки для всіх тіл, що мають однакову густину, повинні лежати на одній прямій, яка проходить через початок координат, оскільки для них однакове значення відношення *m/V*. З цього випливає, що густина тіл *2* і *3* однакові. Чим більша густина тіла, тим більше значення відношення *m/V*, а пряма, що йде з початку координат через ці точки, повинна йти під меншим кутом. З цього випливає, що найменша густина у тіла *1*, найбільша у тіла *5*. Тілу 4 відповідає густина менша, ніж у тіла *5*, але більша ніж у *3* і *2*, отже, тіло *4* виготовлено з заліза, *5* – зі свинцю, *2* і *3* – з алюмінію, а *1* – з берези.

5. В системі, яка зображена на рисунку, лівий блок рухається вгору зі швидкістю υ, правий – вгору зі швидкістю 2υ. В якому напрямку і з якою швидкістю рухається вантаж?

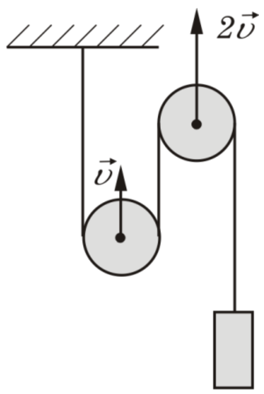

Рис. 7

Вантаж рухається завдяки руху блоків. Тому для знаходження швидкості вантажу зв'яжемо переміщення блоків з переміщенням вантажу. За деякий інтервал часу Δt лівий блок переміститься вгору на величину $\upsilon\Delta t$, правий – вгору на величину 2 $\upsilon\Delta t$. Тоді довжина мотузки зліва від лівого блоку зменшиться на $\upsilon\Delta t$, між блоками збільшиться на $2\upsilon\Delta t - \upsilon\Delta t = \upsilon\Delta t$. Тому довжина шматка мотузки праворуч від правого блоку не зміниться, але точка правого блоку, від якої цей шматок починається, підніметься на величину $2\upsilon\Delta t$. Це і буде переміщення вантажу за час Δt – $\Delta x = 2\upsilon\Delta t$. Звідси робимо висновок, що швидкість вантажу спрямована вгору і дорівнює

$$v_{гр} = \frac{\Delta x_{гр}}{\Delta t} = 2v$$