

### III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики

Київ, 28.01.2018

Можливі розв'язки

9 клас

1. Під час зважування меду в банці юний експериментатор скористався важелем, який зображений на рис. 1. Коли юний фізик пішов, мурахи стали повзти одна за одною до банки: спочатку на камінь, потім вздовж нитки, важеля тощо. Скільки мурах можуть заповзти одночасно на конструкцію хлопчика, якщо мурахи однакові і повзуть щільно одна за одною? Вважати, що кожна мураха має довжину  $l$ . Важіль має довжину  $2L$  ( $L \gg l$ ). Тертям у точці кріплення важеля й розмірами каменя знехтувати.

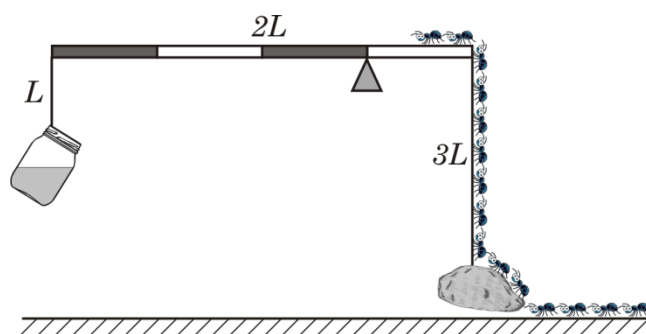


Рис. 1

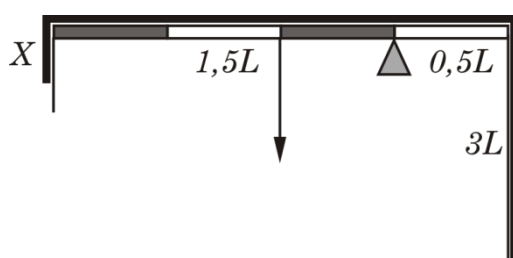


Рис. 2

Оскільки вся система перебувала в рівновазі (причому незалежно від однорідності й ваги важеля), а тертя дуже мале, то під час заповзання першої мурашки камінь почне торкатися підлоги. А коли з іншого боку від осі важеля буде достатньо мурах для порушення рівноваги, то він підніметься на певну висоту й мурахи більше не зможуть на нього забратися.

Мурахи однакові, отже маса всіх мурах буде пропорційна довжині тих відрізків, які вони заповнюють. Нехай  $X$  – довжина ділянки короткої нитки, на якій висить банка (очевидно, що в момент відриву каменя від підлоги  $0 < X < L$ ). Тоді маса мурах, яка заповнює цей відрізок, дорівнює  $m \frac{X}{l}$ .

Нова умова рівноваги системи буде визначатися наявністю мурах  $i$ , коли камінь вже не торкається підлоги, буде мати вигляд

$$\frac{mX}{l} \frac{3}{2}L + \frac{m \cdot 2L}{l} \frac{L}{2} = \frac{m \cdot 3L}{l} \frac{L}{2}$$

Тут враховано, що центр мас ланцюжка мурашок на важелі знаходиться на відстані  $L/2$  від осі важеля. Таким чином,  $X \cdot 3L + 2L \cdot L = 3L \cdot L$ . Тобто  $X = L/3$ . Повне число мурах, при якому камінь повернеться в попереднє положення – відірветься від підлоги, дорівнюватиме  $\frac{2L+3L+X}{l} = \frac{16L}{3l}$ .

Більш точний варіант відповіді – якщо знехтувати мурахами, які повзуть вздовж каменя, то кількість мурах має бути цілою і перевищувати величину  $\frac{16L}{3l}$ .

2. У лабораторії провели вимірювання питомої теплоємності п'яти твердих тіл, що мають однакову масу. Змін агрегатного стану речовини в процесі експерименту не відбувалося. Результати вимірювань нанесли на графік, по одній осі якого відклали питому теплоємність  $c$ , а по іншій кількість теплоти  $Q$ , що надходила тілам під час їх нагрівання. На жаль, масштаб по осях згодом було втрачено. Визначте:

- до якого тіла було надано найбільше теплоти?
- у якого тіла зміна температури виявилася найбільшою, а у якого найменшою?
- у яких тіл зміни температури виявилися однаковими?

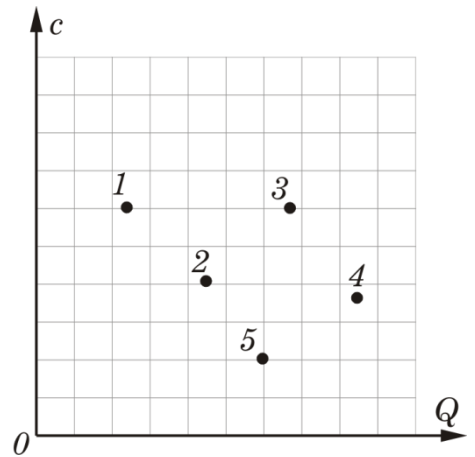


Рис. 3

**Примітка!** Застосовувати свої лінійки для нанесення на графік масштабу заборонено.

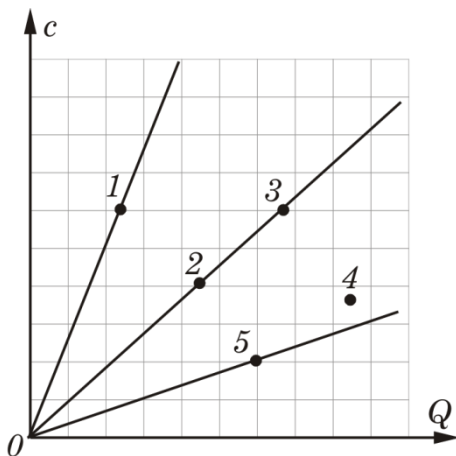


Рис. 4

Найбільше теплоти було передано тілу 4. Його координата по осі  $OQ$  найбільша. Якщо під час нагрівання твердого тіла йому надається кількість теплоти  $Q = cm\Delta t$ , то його температура підвищується на  $\Delta t = \frac{Q}{mc}$ . На координатній площині  $(c, Q)$  для всіх тіл, що мають однакову масу і температура яких підвищилася на однакову величину  $\Delta t$ , відповідні точки лежать на одній прямій, яка проходить через початок координат, оскільки для них значення відношення  $\frac{Q}{m}$  одне й те саме. З цього випливає, що зміни температури тіл 2 і 3 однакові. Чим більшим було підвищення температури, тим більшим стало значення відношення  $\frac{Q}{m}$ ; а пряма, проведена з початку координат, піде під меншим кутом. З цього випливає, що найбільше нагрілося тіло 5, а найменше тіло 1.

3. Довгий однорідний брусок з поперечним перерізом у формі прямокутника зі сторонами  $a \neq b$  підвішений на двох вертикальних нитках, які прикріплені до одного з ребер, над посудиною, в яку наливають воду. Коли в посудину налили деяку кількість води, два ребра бруска виявилися точно на поверхні води (рис. 5). Знайдіть густину матеріалу, з якого зроблений брусок. Густина води  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

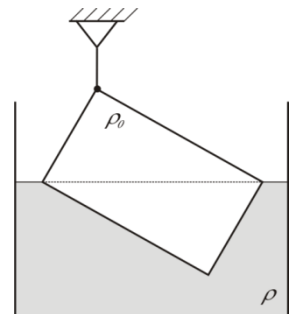


Рис. 5

**Примітка:** центр мас однорідного трикутника розташований на перетині його медіан.

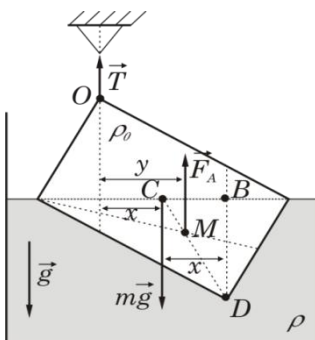


Рис. 6

На брусок діють сила натягу ниток  $T$ , сила тяжіння  $mg$ , що прикладена до точки  $C$  на рисунку – центру мас бруска, і сила Архімеда  $F_A$ , яка прикладена до точки  $M$  перетину медіан трикутного перетину зануреної частини бруска. У рівновазі сума моментів сили тяжіння і сили Архімеда відносно точки  $O$  підвісу дорівнює нулю (сила натягу ниток моменту відносно цієї точки не створює). Тому,  $mgx - F_A y = 0$ , де  $x$  і  $y$  – плечі відповідних сил,  $m = \rho_0 V$  – маса бруска, де  $V$  – об'єм бруска,  $\rho_0$  – його густина. З побудови на рисунку випливає, що  $CB = x$  (оскільки точка  $C$  знаходиться в центрі симетрії бруска, а занурена і не занурена

частини бруска однакові). З урахуванням того, що медіани трикутника перетинаються на  $1/3$  своєї довжини, з трикутника  $CBD$  видно, що  $y = x + \frac{1}{3}CB = x + \frac{x}{3} = \frac{4}{3}x$  (лінія дії сили  $F_A$  відсікає на сторонах  $CD$  і  $CB$  відрізки, довжини яких відносяться до довжин відповідних сторін як  $1:3$ ). Таким чином

$$\rho_0 V g \cdot x = \rho \frac{V}{2} g \cdot \frac{4}{3} x, \text{ і отже } \rho_0 = \frac{2}{3} \rho \approx 0,672 \text{ г/см}^3.$$

4. Ділянка  $AB$  електричного кола (рис. 7) складається з однакових резисторів і дротів, опір яких дуже малий. Опір цієї ділянки ланцюга дорівнює  $R_1 = 730 \text{ Ом}$ . Після того, як школяр Вася перерізав один з дротів, опір ділянки  $AB$  став дорівнювати  $R_2 = 1360 \text{ Ом}$ . У яких точках Вася міг перерізати дріт? Вкажіть дві такі точки. Відповідь обґрунтуйте.

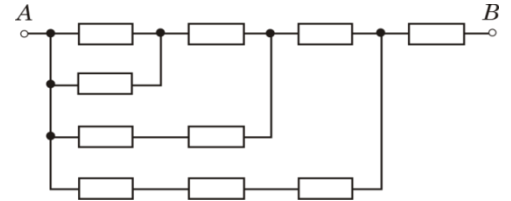


Рис. 7

Розглянемо ділянку  $AB$  електричного кола. Вона складається з послідовно і паралельно з'єднаних ділянок. Позначимо номерами резистори, як показано на рисунку. Позначимо опір кожного з резисторів через  $R$ , і визначимо через загальний опір цієї ділянки кола.

Резистори №№ 1, 5 з'єднані паралельно, їх загальний опір дорівнює  $R/2$ . Послідовно до них під'єднаний резистор № 2, що дає загальний опір  $3R/2$ . Далі до них паралельно під'єднані два послідовних резистора № № 6, 7. Враховуючи їх опір дорівнює  $\frac{1,5 R \cdot 2R}{1,5 R + 2R} = \frac{6}{7} R$ . Додаючи послідовно з'єднаний резистор № 3, отримаємо опір  $13R/7$ . Далі паралельно до отриманої ділянки під'єднуються три послідовно ввімкнених резистора №№ 8, 9, 10, що дає:

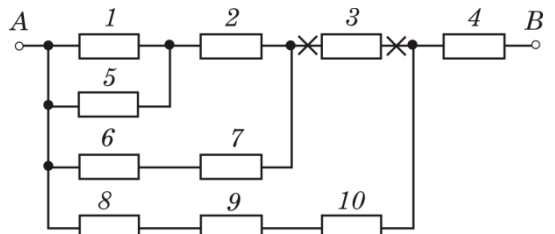


Рис. 8

$$\frac{(13R/7) \cdot 3R}{(13R/7) + 3R} = \frac{39R}{34}$$

Нарешті, шляхом послідовного під'єднання резистора № 4 отримаємо опір всієї ділянки кола:

$$R_{AB} = \frac{39R}{34} + R = \frac{73R}{34} = R_1$$

Згідно умови, він дорівнює  $R_1 = 730 \text{ Ом}$ . Звідси  $R = 340 \text{ Ом}$ .

Обчислимо відношення  $\frac{R_2}{R} = \frac{1360}{340} = 4$ . Такий результат означає, що коло, яке отримується завдяки перерізанню дроту, еквівалентне чотирьом послідовно з'єднаним резисторам. Можна помітити, що резистори №№ 8, 9, 10, 4 будуть з'єднані належним чином, якщо ізолювати одним відрізом всі інші резистори кола. Отже, Вася міг перерізати дріт біля резистора № 3 з кожного боку навколо нього.

5. Є три однакових циліндричних посудин, в які налита певна кількість води. Поверх воду в ліву і праву посудини акуратно наливають шар олії – в ліву посудину товщиною  $h = 3$  см, в праву  $3h$ . На скільки зміняться рівні рідин в лівій, середній і правій посудинах після встановлення рівноваги? Відомо, що під час наливання олії вода з лівої і правої посудини повністю не виштовхується. Густина олії  $\rho_0 = 0,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, густина води  $\rho_1 = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

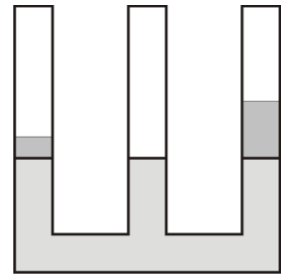


Рис. 9

Наливання в посудину шару олії товщиною  $h$  еквівалентно наливанню шару води висотою  $\frac{\rho_0}{\rho_1} h$ . Тому наливання в систему посудин шару олії товщиною  $4h$  (в ліву і праву посудини) еквівалентно тому, що ми наллємо шар води завтовшки  $h_1 = \frac{4\rho_0}{\rho_1} h$ .

Але якби ми налили таку кількість води, вона розподілилася б рівномірно у трьох посудинах. З огляду на те, що в середній посудині буде лише вода (за умовою олія повністю воду з лівої і правої посудин не витісняє), то рівень води в ньому підніметься на величину  $\Delta h_{cp} = \frac{4\rho_0}{3\rho_1} h = 3,6$  см.

При цьому тиск в рідині (біля дна посудини) зросте на величину

$$\Delta p = \rho_1 g \Delta h_{cp} = \frac{4}{3} \rho_0 g h \quad (*)$$

Зміна рівня рідини в лівому й правому колінах посудини знайдемо з умови збільшення тиску в цих посудинах на цю величину. У лівій посудині знаходиться шар масла товщиною  $h$ , який забезпечує додатковий тиск  $\rho_0 g h$ .

Тому для збільшення тиску на  $\frac{4}{3} \rho_0 g h$  в ліву посудину повинна увійти додаткова вода, що дає тиск біля дна посудини  $\frac{1}{3} \rho_0 g h$ , тобто шар води завтовшки  $\frac{1}{3} \frac{\rho_0}{\rho_1} h$ . Це означає, що рівень рідини в лівому коліні збільшиться на величину  $\Delta h_{лів} = h + \frac{\rho_0}{3\rho_1} h = 3,9$  см

В правій посудині з'явиться додатковий шар олії товщиною  $3h$ , який забезпечує додатковий тиск  $3 \rho_0 g h$ .

Тому щоб тиск біля дна правої посудини зріс на величину  $\Delta p$  (\*) з правої посудини повинна піти вода товщиною  $\frac{5\rho_0}{3\rho_1} h$ . Тому рівень води в правій посудині підніметься на величину  $\Delta h_{пр} = 3h - \frac{5\rho_0}{3\rho_1} h = 4,5$  см.

Перевірка: сума підйомів рівнів рідини у всіх посудинах має дорівнювати тому, що налили, тобто  $4h$ .