III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики
Київ, 08.02.20

Можливі розв'язки завдань теоретичного туру

8 клас

1. Прямокутна легка посудина з рідиною масою m розташована на однорідному важелі масою 4m. У рідину опущено тіло масою 2m (з густиною, меншою, ніж густина рідини), що утримується ниткою, яка перекинута через блок (див. рисунок 8.1). Якої маси вантаж необхідно прикріпити до протилежного кінця нитки та розмістити на краю важеля, щоб система залишилася в рівновазі? Тертя в осях важеля й блоку немає. Необхідні відстані можна взяти з рисунка.

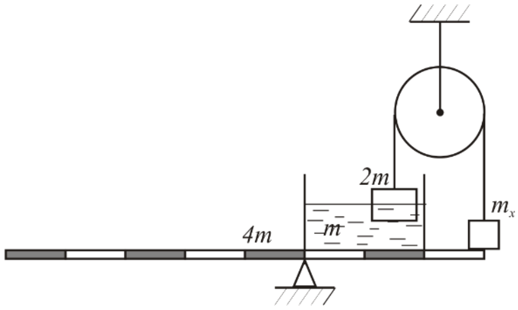


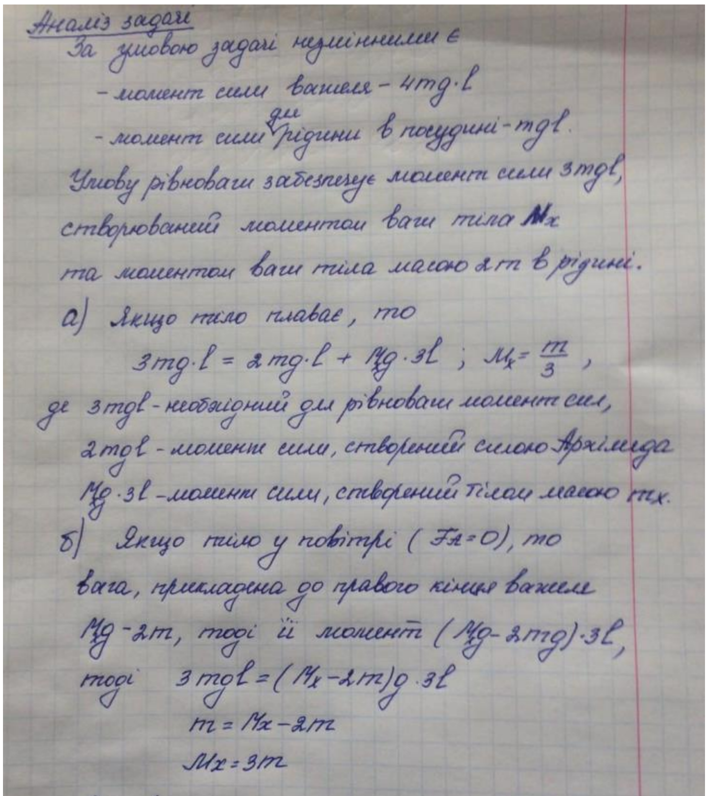
Рис. 8.1

Сила тиску на дно посудини P розподілена рівномірно по всій площі й не залежить від місця занурення в рідину тіла $2m$. При цьому, $F = mg + F_A$, де F_A – сила, яка протидіє силі Архімеда, що діє на тіло $2m$. З умови рівноваги тіла $2m$: $T + F_A = 2mg$, де T – сила натягу нитки. З умови рівноваги вантажу m_x: $T + N = m_x g$, де N – сила реакції опори.

Правило моментів для важеля відносно точки опори має вигляд: $4mgl = Fl + N3l$. Невідомих більше ніж рівнянь і без введення додаткових умов систему розв'язати неможливо.

Припустимо, що вантаж m_x – дуже легкий, тоді важіль почне переважувати, його права частина піде вгору й нитка буде провисатиме ($T = 0$). Розв'язуючи систему рівнянь, отримаємо нижню межу значень мас $m_x = m/3$.

У разі якщо m_x велика, права частина важеля починає рух донизу, тіло $2m$ перестає діяти на воду. Сила Архімеда наближається до нуля. Тоді розв'язком системи є $m_x = 3m$. Отже, система в рівновазі, якщо маса тіла $m/3 < m_x < 3m$.



Аналіз задачі

За умовою задачі незмінними є

- момент сили важеля – $4mg \cdot l$
- момент сили дії рідини в посудині – mgl.

Умову рівноваги забезпечує момент сили $3mgl$, створюваний моментом ваги тіла M_x та моментом ваги тіла масою $2m$ в рідині.

а) Якщо тіло плаває, то

$3mg \cdot l = 2mg \cdot l + M_x g \cdot 3l$; $M_x = \frac{m}{3}$,

де $3mgl$ – необхідний для рівноваги момент сил,

$2mgl$ – момент сили, створений силою Архімеда

$M_x g \cdot 3l$ – момент сили, створений тілом масою m_x.

б) Якщо тіло у повітрі ($F_A = 0$), то

вага, прикладена до правого кінця важеля

$M_x g - 2m$, тоді її момент $(M_x g - 2mg) \cdot 3l$,

тоді $3mgl = (M_x - 2m)g \cdot 3l$

$m = M_x - 2m$

$M_x = 3m$

Відповідь: $\frac{m}{3} < M_x < 3m$.

Інше пояснення розв'язку цієї задачі.

2. Опівдні з пункту A в пункт B виїхав автомобіль. Рухаючись з деякою постійною швидкістю, він міг прибути до пункту призначення через дві години. Дорогою сталася поломка автомобіля. На ремонт автомобіля водій витратив третину часу, протягом якого він подолав відстань з пункту A до місця поломки. Щоб вчасно прибути в пункт призначення, водій автомобіля довелося їхати зі швидкістю вдвічі більшою, ніж планувалася. О котрій годині сталася поломка автомобіля?

Нехай автомобіль рівномірно (з постійною швидкістю) зі швидкістю v_1 рухається з пункту A до пункту B, при цьому відстань $AB = S$ долає за час t_1. Тоді вірне співвідношення: $S = v_1 \cdot t_1$ (1). До поломки автомобіля пройшов час t_2, при цьому автомобіль пройшов шлях S_1, який визначається співвідношенням $S_1 = \upsilon_1 \cdot t_2$ (2). Частину шляху S_2 , яка визначається співвідношенням $S_2 = S - S_1$ (3) автомобіль має здолати зі швидкістю $\upsilon_2 = 2\upsilon_1$ за час t_3, що визначається співвідношенням $t_3 = t_1 - t_2$ (4). Використовуючи співвідношення (*1 – 4*) можна переписати співвідношення (3) в наступному вигляді

$$S_2 + S_1 = S = \upsilon_1 \cdot t_2 + \upsilon_2 \cdot t_3 = \upsilon_1 \cdot t_2 + 2\,\upsilon_1 \cdot (t_1 - t_2) = \upsilon_1 \cdot t_1 .$$

Розв'язуючи рівняння (5) щодо невідомого t_2 отримаємо $t_2 = 6/5$ *год*. Отже, поломка автомобіля відбулася о *13* годині *12* хвилин.

3. У теплоізольованій посудині знаходиться суміш води з льодом при температурі 0 °С (рис. 8.2). Площа поршня S = 100 см², густина води $\rho_в = 1000$ *кг/м³, густина льоду* $\rho_л = 900$ *кг/м³. Поблизу дна циліндра знаходиться нагрівальний елемент, який щосекунди віддає q = 3 кДж теплоти. З якою швидкістю υ буде переміщатися поршень під час плавлення льоду, якщо теплота плавлення льоду λ = 330 кДж/кг?*

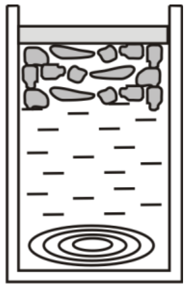


Рис. 8.2

Нехай в результаті плавлення льоду за час Δt обсяг суміші зменшився на ΔV. У цьому процесі швидкість опускання поршня

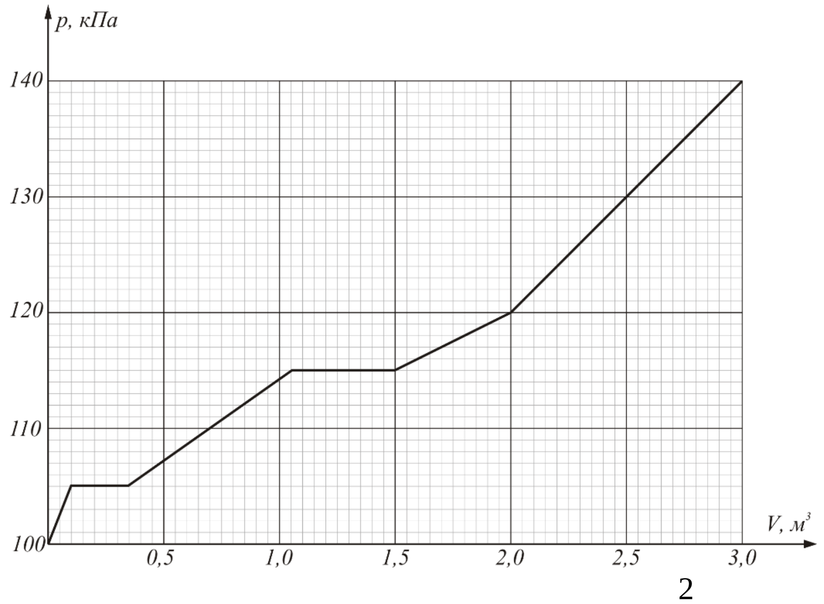
$$\upsilon = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{S\Delta t} = \frac{1}{S\Delta t}\left(\frac{\Delta m}{\rho_л} - \frac{\Delta m}{\rho_в}\right) = \frac{\Delta m}{S\Delta t}\left(\frac{1}{\rho_л} - \frac{1}{\rho_в}\right) \quad (1)$$

де Δm – маса розплавленого льоду. Умова теплового балансу: $\lambda \cdot \Delta m = q \cdot \Delta t$, звідки випливає:

$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{q}{\lambda}$ (2). Після підстановки (2) в (1) отримаємо:

$$\upsilon = \frac{q}{\lambda \cdot S}\left(\frac{1}{\rho_л} - \frac{1}{\rho_в}\right) \approx 0{,}1 \text{ мм/с} = 6 \text{ мм/хв}.$$

4. Є прямокутна посудина розмірами 1×1×4 м (рис. 8.3). У кришці посудини є отвір. У нижній частині посудини впритул до дна змонтований мініатюрний датчик тиску. Усередині посудини може бути розташована довільна кількість перегородок і закритих ними порожнин. Кожна перегородка має вкрай малий об'єм і розташована горизонтально або вертикально. Всі вертикальні перегородки паралельні до однієї стінки посудини. Через верхній отвір в посудину повільно заливають воду і знімають при цьому залежність показів датчика тиску від об'єму налитої води. Залежність параметрів представлена на графіку. Проаналізуйте її та накресліть на виданому вам аркуші можливу схему розташування перегородок в посудині, яка б обумовлювала залежність на графіку (достатньо запропонувати лише одну схему). На схемі вкажіть масштаб і всі характерні



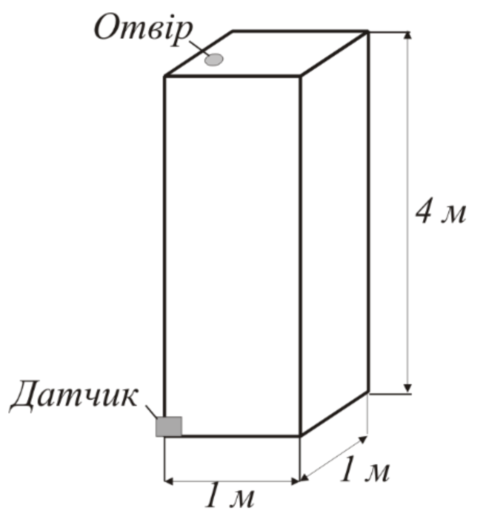
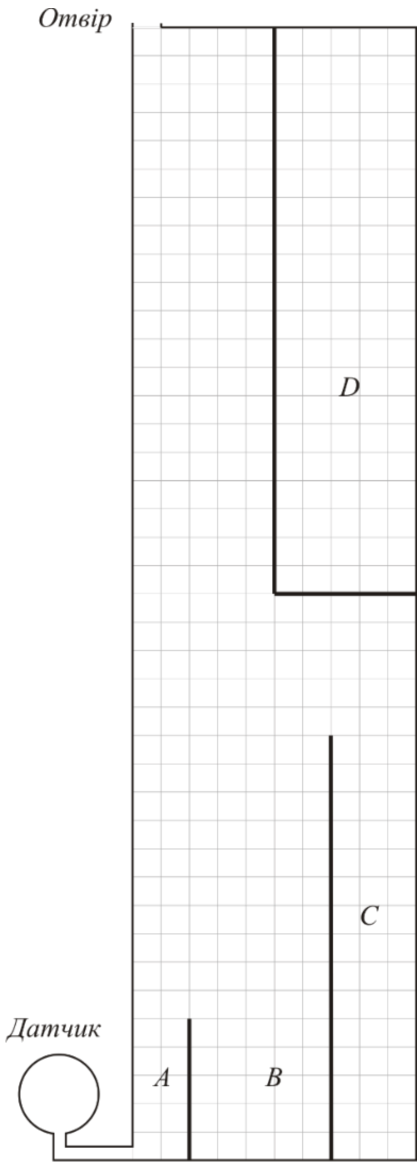


Рис. 8.3

розміри. Поясніть, яким чином ви отримали ці розміри і визначили особливості розташування перегородок. Вважайте $g = 10$ м/с^2, густина води $\rho = 1000$ кг/м^3, атмосферний тиск $p_0 = 100$ кПа.



Ми бачимо кілька ділянок лінійного збільшення тиску. Вимірюється датчиком тиск $P = P_0 + \rho g h$, де h – висота вільної поверхні води над датчиком тиску (дном посудини). З графіка видно, що в кінці процесу посудина заповнена повністю. Нехай в посудину долили невеликий об'єм води ΔV, який розтікся вдовж вільної поверхні вже налитої рідини. Нехай площа вільної поверхні води дорівнює S, тоді

$$\Delta V = S \cdot \Delta h = \frac{S\Delta P}{\rho g},$$

звідки $S = \rho g \Delta V / \Delta P$. Знайдемо площі вільної поверхні рідини для кожної лінійного ділянки зростання тиску.

h, м	*0,0 – 0,5*	*0,5 – 1,5*	*1,5 – 2,0*	*2,0 – 4,0*
S, м^2	*0,2*	*0,7*	*1,0*	*0,5*

З таблиці видно, що лише в діапазоні висот *1,5 – 2,0 м* від дна вода заповнювала посудину по всій його площі. Тепер розберемося з горизонтальними ділянками графіка. Як можливо таке, що при збільшенні об'єму води в посудині тиск у дна не зростає. Це можливо, якщо в певний момент часу вода досягає верху деякої перегородки і потім переливається через неї, а коли рівень води за перегородкою зрівняється з рівнем води перед перегородкою, то тиск на дно знову починає зростати. З графіка видно, що об'єм частин *A*, *B* і *C* складають відповідно *0,1 м^3*; *0,25 м^3* і *0,45 м^3*. Частина *D* являє собою порожнину, яку створили горизонтальна й вертикальна перегородки. На рисунку наведено один з можливих прикладів розташування перегородок в посудині. Одна клітина відповідає *0,1 м*.

9 клас

1. У порожню теплоізольовану посудину наливають воду температурою $t_0 = 20$ °C тонким струменем з витратами маси $\mu = 2{,}0$ г/с. Коли в посудині маса води досягає значення $m = 100$ г, в ній вмикається нагрівач потужністю $N = 200$ Вт. Температура всередині посудини вимірюється розташованим в ньому ртутним термометром. Визначте:

1. Через який час τ_1, з моменту ввімкнення нагрівача температура води в посудині збільшиться до $t_1 = 30$ °C?

2. До якої максимальної температури t_{max} зможе нагрітися вода в посудині?

Виведіть залежність швидкості υ підйому стовпчика ртуті термометра від часу починаючи з моменту ввімкнення нагрівача, якщо на його шкалі відстань між відмітками t_0 та t_1 становить $l = 2{,}0$ см. Визначте швидкість підйому стовпчика при температурі t_1. Питома теплоємність води дорівнює $c = 4200$ Дж/(кг·°C). Процеси теплообміну відбуваються швидко, теплоємності термометра та посудини малі.

Запишемо рівняння теплового балансу для часу τ_1: $N\tau_1 = (m + \mu\tau_1)\, c\, (t_1 - t_0)$

$$\tau_1 = \frac{m\, c\, (t_1 - t_0)}{N - \mu c (t_1 - t_0)} = 36\ с.$$

Знайдемо t_1: $t_1(\tau_1) = t_0 + \dfrac{N\tau_1}{c(m+\mu\tau_1)} = t_0 + \dfrac{N}{c(m/\tau_1 + \mu)}$. З часом знаменник другого доданка зменшується, і при $\tau_1 \to \infty$ отримуємо, що максимальна температура t_{max} дорівнює: $t_{max} = \dfrac{N}{\mu c} + t_0 = 44$ °C.

Розглянемо невеликий інтервал часу $\Delta\tau$ через час τ після початку нагрівання за який в систему надходить $\mu\Delta\tau$ води кімнатної температури. З рівняння теплового балансу:

$$N\Delta\tau = (m + \mu\tau)\, c\, \Delta t + \mu\Delta\tau\, c\, (t + \Delta t - t_0), \text{ звідки } \frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{N\, m}{c\, (m + \mu\tau)^2}$$

Оскільки $\tau = \tau_1$ та враховуючи розміри шкали, швидкість дорівнює:

$$v = \frac{N\, m\, l}{(t_1 - t_0)\, c\, (m + \mu\tau)^2} = 0{,}32\ мм/с.$$

2. Стовп, що стоїть вертикально на горизонтальній площадці, освітлюваний сонячним світлом, має висоту $h = 9$ м і відкидає тінь довжиною $L = 12$ м. Стовп починає повільно падати в бік тіні так, що його нижній кінець залишається на місці. Довжина тіні при цьому до певного моменту збільшується, а потім починає зменшуватися. Чому дорівнює максимальна довжина тіні від стовпа?

Велика віддаленість джерела світла (Сонця) визначає паралельність сонячних променів: промені $B'BD$ і $C'CE$ паралельні між собою (див. рисунок 9.1).

Відповідно до умови задачі вершина стовпа B під час повільного падіння описує дугу кола з радіусом, який дорівнює висоті стовпа AB. Тінь від стовпа визначається паралельними променями, які розташовуються між променями $B'BD$ і $C'CE$. При цьому межа тіні від падаючого стовпа знаходиться в інтервалі DE. Оскільки промінь $C'CE$ є дотичним до дуги кола BCF, то радіус AC перпендикулярний $C'CE$. Отже, трикутник ΔDBA дорівнює трикутнику ΔEAC.

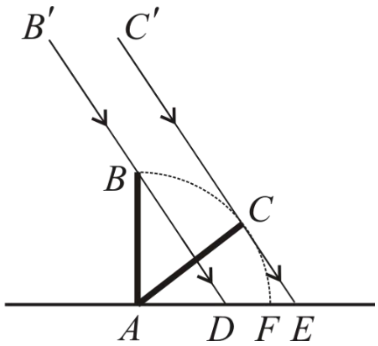


Рис. 9.1

Виходячи з рівності трикутників, максимальна довжина тіні від падаючого стовпа відповідає довжині відрізка AE, який являє собою гіпотенузу ΔEAC. Таким чином, максимальна довжина тіні від падаючого стовпа визначається наступним виразом: $AE = \sqrt{(AC)^2 + (CE)^2} = 15$ м.

3. Є джерело живлення напругою 18 В і три вольтметра. При підключенні до джерела послідовно з'єднаних 1–го і 2–го вольтметрів вони показали напруги 6 і 12В відповідно. При підключенні до джерела всіх трьох послідовно з'єднаних вольтметрів 3–й показав 7,2 В. Які будуть покази кожного з вольтметрів, якщо 2–й і 3–й з'єднати паралельно, послідовно з ними включити 1–й і коло з вольтметрів під'єднати до джерела?

Відомо, що вольтметр показує напругу на самому собі. За результатами першого підключення можна зробити висновок, що опір 2–го вольтметра в два рази більше опору 1–го (при послідовному з'єднанні вольтметрів через них йде однаковий струм). При другому підключенні напруга на 1–м і 2–м вольтметрах разом складало, очевидно, (18 – 7,2) В = 10,8 В. Ця напруга має ділитися між вольтметрами в тій же пропорції 1: 2 (через вольтметри знову тече один і той же струм), значить 1–й вольтметр показав 3,6 В, а 2–й 7,2 В (в сумі 10,8 В). Оскільки при другому підключенні показання 2–го і 3–го вольтметрів виявляються однаковими, то їх опори рівні. При третьому підключенні вольтметрів (2–й і 3–й паралельно, 1–й послідовно з ними) всі вольтметри покажуть по 9 В, оскільки струм, що проходить через 1–й вольтметр, поділиться порівну між 2–м і 3–м.

4. Див. задачу № 4 8 класу.

10 клас

1. Під час лазерного гравірування на склі лазер почав рухатись зі стану спокою з постійним прискоренням $a = 0{,}04$ м/с^2 вздовж прямої AB. На світлині (рис. 10.1) видно весь рисунок, який залишив лазер на склі від самого початку руху. Масштаб вказаний на світлині. Враховуючи, що швидкість пересування полотна скла стала, визначте:

1. *В якому напрямку рухався лазер?*
2. *Під яким кутом α до прямої AB пересувалося полотно скла?*
3. *Швидкість полотна скла υ_0.*
4. *Мінімальну швидкість полотна υ_{min}, відносно лазера.*
5. *Час руху τ лазера.*

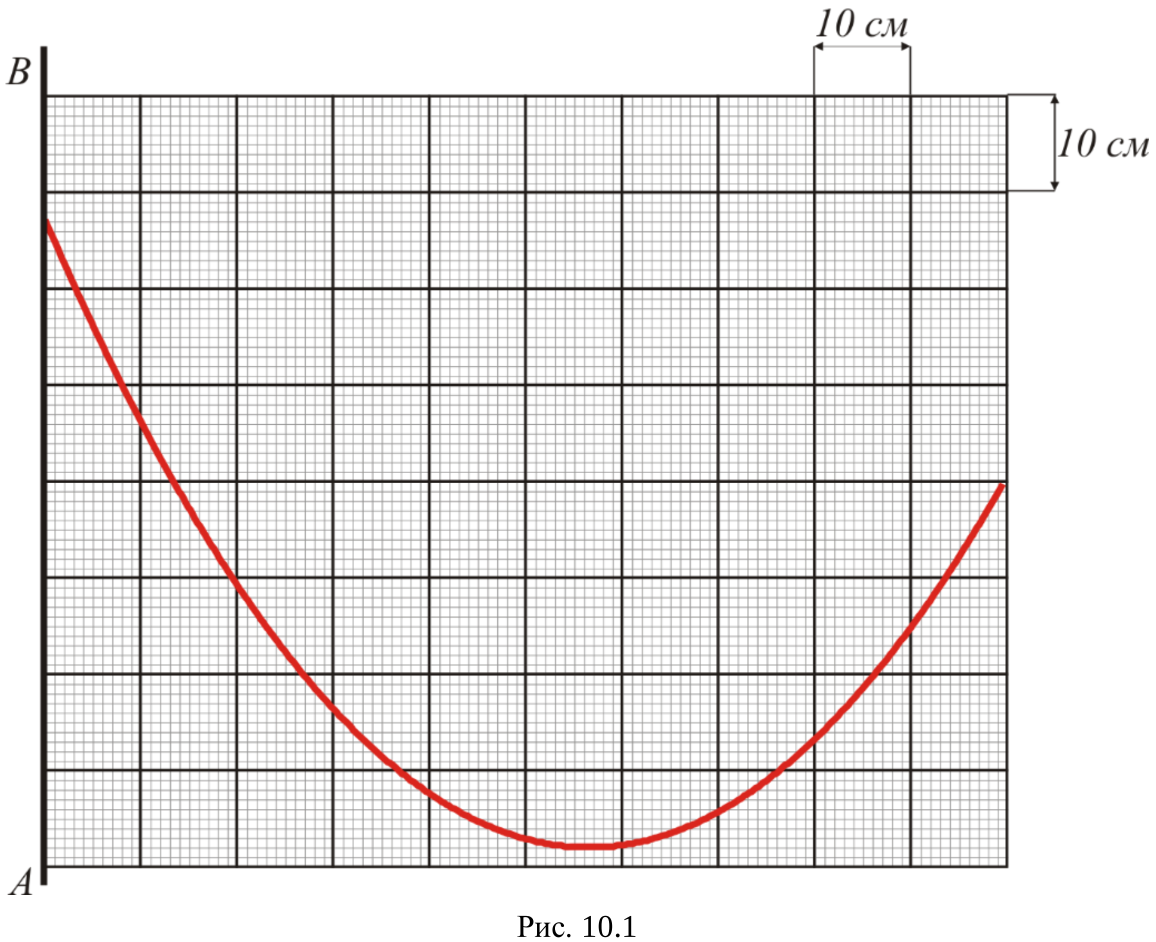


Рис. 10.1

Напрямок руху полотна скла можна оцінити за допомогою дотичної, проведеної до початкової ділянки графіка. Полотно рухається у напрямку швидкості υ_0, приблизно під кутом $30°$ до вертикалі. Якщо припустити, що лазер рухався донизу, то кут між лінією на склі та вертикальним напрямком під час зростання швидкості лазера має зменшуватися (за законом додавання швидкостей), проте він збільшується, отже, лазер рухається вгору. Оскільки рух лазера рівноприскорений зі стану спокою, то залежність модуля його швидкості від часу має вигляд: $u(t) = at$. Оберемо систему координат, направивши вісь OX перпендикулярно до прямої AB , а вісь OY уздовж її, вибравши нуль в початковій точці руху. В системі відліку (СВ) полотна скла проекції швидкості лазера на осі OX і OY дорівнюють: $\omega_y = u(t) + \upsilon_0 \cos \alpha$, $\omega_x = \upsilon_0 \sin \alpha$

Координати лазера від часу (в СВ полотна скла) змінюються за законами: $x(t) = (\upsilon_0 \sin\alpha)\cdot t$, $y(t) = (\upsilon_0 \cos\alpha)\cdot t + \frac{a\cdot t^2}{2}$ (площа під графіком $\omega_y(t)$).

Оскільки форма кривої на склі не змінюється під час переходу від однієї системи відліку до іншої, рівняння траєкторії лазера в СВ полотна скла співпадає з рівнянням кривої рисунка на склі та має вигляд: $y = \frac{a\,x^2}{2\,v_0^2\,sin\alpha} + x\;ctg\alpha.$

Це рівняння параболи, координати вершини якої дорівнюють: $x_0 = \frac{v_0^2}{a}\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ та $y_0 = \frac{v_0^2}{2a}\cos^2\alpha$.

З рисунка знаходимо $y_0 = 38$ *см* та $x_0 = 44$ *см*, тоді $y_0 = \frac{x_0\,ctg\,\alpha}{2}$, з чого переконуємося, що $ctg\,\alpha \approx 1{,}73$ ($\alpha \approx 30°$). Знаючи кут, можна знайти швидкість руху полотна скла: $\upsilon_0 = \frac{\sqrt{2\,a\,y_0}}{\cos\alpha} \approx 0{,}2$ *м/с*. Зауважимо, що відстань між крайніми (по осі *OX*) точками параболи дорівнює $\Delta x = 1$ *м*. Але, $\Delta x = (\upsilon_0 \sin\alpha)\cdot\tau$, де τ – час всього руху. Звідки $\tau = \frac{\Delta x}{v_0\,sin\alpha} \approx 10$ *с*. Мінімальна швидкість полотна скла відносно лазера дорівнює $\upsilon_{min} = \upsilon_0 \sin\alpha = 0{,}1$ *м/с*.

2. Пілот космічного корабля, що рухається зі швидкістю $\upsilon = 1$ км/с, помітив прямо за курсом астероїд, діаметр якого $d = 7$ км, коли до його поверхні залишалася відстань $l = 8{,}5$ км. Космонавт одразу ж увімкнув аварійні двигуни, які за нехтовно малий час надають кораблю додаткову швидкість $\Delta\upsilon = 300$ м/с. Напрямок додаткової швидкості обирається космонавтом. Чи може корабель уникнути зіткнення?

Щоб уникнути зіткнення, космонавт має так змінити швидкість корабля, щоб кут між початковим напрямом «на астероїд» і новим курсом був більшим за кут α_0, який визначається умовою (рис. 10.2) $\sin\alpha_0 = \frac{0{,}5\,d}{l+0{,}5\,d} \approx 0{,}292$.

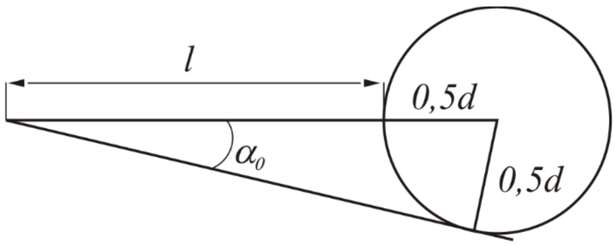


Рис. 10.2

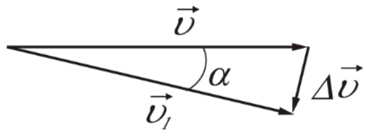


Рис. 10.3

Максимальне відхилення від початкового курсу під час надання кораблю додаткової швидкості $\Delta\upsilon$ забезпечується в тому випадку, коли вектор $\Delta\vec{\upsilon}$ буде перпендикулярним вектору $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + \Delta\vec{\upsilon}$ (рис. 10.3), тобто коли $\sin\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\upsilon} = 0{,}3$. Отже, під час увімкнення аварійних двигунів космонавт може змінити курс корабля на кут $\alpha > \alpha_0$, та зіткнення з астероїдом не відбудеться.

3. Є джерело живлення напругою 18 В і три вольтметра. При підключенні до джерела послідовно з'єднаних 1–го і 2–го вольтметрів вони показали напруги 6 і 12 В відповідно. При підключенні до джерела всіх трьох послідовно з'єднаних вольтметрів 3–й показав 7,2 В. Які будуть покази кожного з вольтметрів, якщо скласти коло, схема якого наведена на рис. 10.3?

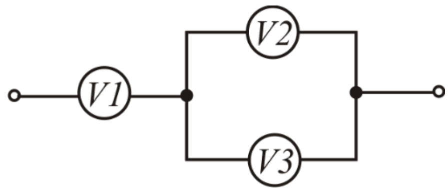


Рис. 10.3

Відомо, що вольтметр показує напругу на самому собі. За результатами першого підключення можна зробити висновок, що опір 2–го вольтметра в два рази більший за опір 1–го (при послідовному з'єднанні вольтметрів через них йде однаковий струм). При другому підключенні напруга на 1–му та 2–му вольтметрах разом складала, очевидно, *(18 – 7,2) В = 10,8 В*. Ця напруга має ділитися між вольтметрами в тій самій пропорції *1:2* (через вольтметри знову тече один і той же струм), отже 1–й вольтметр показав *3,6 В*, а 2–й *7,2 В* (в сумі *10,8 В*). Оскільки при другому підключенні покази 2–го і 3–го вольтметрів виявляються однаковими, то їх опори рівні. При третьому підключенні вольтметрів (2–й і 3–й паралельно, 1–й послідовно ними) всі вольтметри покажуть по *9 В*, оскільки струм, що проходить через 1–й вольтметр, поділиться порівну між 2–м і 3–м.

4. У порожню теплоізольовану посудину наливають воду температурою $t_0 = 20$ °С тонким струменем з витратами маси $\mu = 2{,}0$ г/с. Коли в посудині маса води досягає значення $m = 100$ г, в ній вмикається нагрівач потужністю $N = 200$ Вт. Температура всередині посудини вимірюється розташованим в ньому ртутним термометром. Визначте:

1. Через який час τ_1, з моменту ввімкнення нагрівача температура води в посудині збільшиться до $t_1 = 30$ °С?

2. До якої максимальної температури t_{max} зможе нагрітися вода в посудині?

Виведіть залежність швидкості υ підйому стовпчика ртуті термометра від часу починаючи з моменту ввімкнення нагрівача, якщо на його шкалі відстань між відмітками t_0 та t_1 становить $l = 2{,}0$ см. Визначте швидкість підйому стовпчика при температурі t_1. Питома теплоємність води дорівнює $c = 4200$ Дж/(кг·°С). Процеси теплообміну відбуваються швидко, теплоємності термометра та посудини малі.

Запишемо рівняння теплового балансу для часу τ_1: $N\tau_1 = (m + \mu\tau_1)\, c\, (t_1 - t_0)$

$$\tau_1 = \frac{m\,c\,(t_1 - t_0)}{N - \mu c (t_1 - t_0)} = 36 \text{ с}.$$

Знайдемо t_1: $t_1(\tau_1) = t_0 + \dfrac{N\tau_1}{c(m + \mu\tau_1)} = t_0 + \dfrac{N}{c(m/\tau_1 + \mu)}$. З часом знаменник другого доданка зменшується, і при $\tau_1 \to \infty$ отримуємо, що максимальна температура t_{max} дорівнює:

$$t_{max} = \frac{N}{\mu c} + t_0 = 44 \text{ °С}.$$

Розглянемо невеликий інтервал часу $\Delta\tau$ через час τ після початку нагрівання за який в систему надходить $\mu\Delta\tau$ води кімнатної температури. З рівняння теплового балансу:

$$N\Delta\tau = (m + \mu\tau)\, c\, \Delta t + \mu\Delta\tau\, c\, (t + \Delta t - t_0), \text{ звідки } \frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{N\,m}{c\,(m + \mu\tau)^2}$$

Оскільки $\tau = \tau_1$ та враховуючи розміри шкали, швидкість дорівнює:

$$\upsilon = \frac{N\,m\,l}{(t_1 - t_0)\,c\,(m + \mu\tau)^2} = 0{,}32 \text{ мм/с}.$$

11 клас

1. Див. задачу № 1 10 класу класу.

2. Напруга джерела змінюється в часі за лінійним законом, починаючи з нуля в момент часу $t = 0$: $U(t) = at$. За допомогою ключа S джерело можна увімкнути до схеми, зображеної на рисунку 11.1. В який момент T треба замкнути ключ, щоб струм в колі надалі залишався постійним? Чому дорівнює значення цього струму? Для розрахунку прийміть $R = 1$ кОм, $C = 2$ мФ, $a = 4$ В/с.

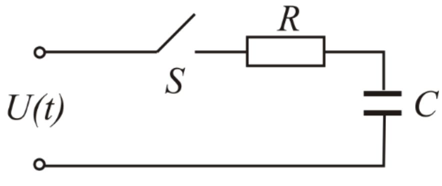


Рис. 11.1

За законом Ома: $IR = U(t) - Q/C$ де I, Q – струм, що протікає через резистор та заряд на конденсаторі, відповідно. Якщо струм постійний, починаючи з моменту замикання ключа, то $Q = I(t - T)$.

Підставивши друге рівняння у перше, отримаємо: $IR = at - \frac{I(t-T)}{C}$.

Останнє співвідношення має виконуватись для всіх моментів часу $t > T$. Це можливо, якщо: $IR = \frac{IT}{C}$ і $at - \frac{IT}{C} = 0$. Звідки отримаємо: $T = RC = 2\ с$, $I = aC = 8\ мА$.

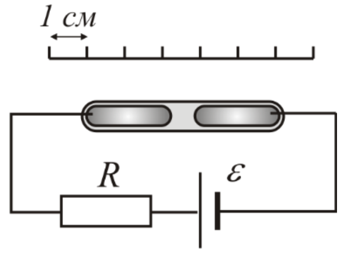


Рис. 11.2

3. В запаяній капілярній трубці знаходяться два стовпчики ртуті, які розділені краплею водного розчину електроліту HgI_2. Внутрішній діаметр трубки $d = 0,3$ мм. Трубка підключена послідовно з резистором з опором $R = 390$ кОм до батареї з ЕРС $\varepsilon = 10$ В (див. рисунок 11.2). За який час крапелька зміститься на одну поділку лінійки?

Проходження електричного струму в електроліті пов'язано з перенесенням маси. В даному випадку на катоді відбувається відновлення металевої ртуті з розчину електроліту, а на аноді – окислення ртуті, тобто перехід її в розчин електроліту. Відповідно до закону електролізу Фарадея маса ртуті, яка виділиться на катоді за час t, дорівнює $m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}\ It$, де $F = 9{,}65\cdot10^4\ Кл/моль$ – число Фарадея, $M = 0{,}201\ кг/моль$ – молярна маса ртуті, $n = 2$ – валентність ртуті, I – струм, який протікає. Цей струм практично визначається опором R, тому що в порівнянні з ним опори металевої ртуті, електроліту та внутрішній опір джерела мізерно малі. Тому $I = \frac{\varepsilon}{R}$, і $m = \frac{M\,\varepsilon}{FnR}\ t$. (1)

Виділення ртуті на катоді і розчинення її на аноді призводить до зміщення крапельки електроліту в бік анода на відстань l таке, що $m = \rho\frac{\pi d^2}{4}\ l$, (2), де $\rho = 13{,}6\cdot10^3\ кг/м^3$ – густина ртуті.

4. У закритій посудині знаходяться насичена водяна пара при температурі 100 °С та залишки води. Маса пари $M = 100$ г, маса води $m = 1$ г. Посудину підігрівають, доки вся вода не випарується. До якої температури треба нагріти посудину? Яка кількість тепла для цього знадобиться? Тиск насиченої водяної пари зростає на 3,7 кПа при підвищенні температури на 1 °С. Питома теплота випаровування води $r = 2{,}25\cdot10^6$ Дж/кг, питома теплоємність водяної пари $c_V = 1{,}38\cdot10^3$ Дж/(кг·К).

Визначимо спочатку, до якої температури треба нагріти посудину, щоб уся вода випарувалася.

Запишемо рівняння стану пара при початкових умовах (тиск насиченої пари при температурі $t_1 = 100\ °C$ дорівнює, $p_1 = 10^5\ Па$): $p_1V = \frac{M}{\mu}RT_1$ (1)

Коли температура посудини стане $T_2 = T_1 + \Delta T$ і вся вода випарується, тиск насиченої пари в посудині буде $p_2 + \Delta p$. За умовою задачі $\Delta p = \alpha\cdot\Delta T$, де $\alpha = 3{,}7\ кПа/К$. Скориставшись цим, запишемо рівняння стану пара при температурі T_2: $p_2V = \frac{M+m}{\mu}RT_2$, або $(p_1 + \alpha\cdot\Delta T)V = \frac{M+m}{\mu}R\,(T_1 + \Delta T)$ (2).

Розв'язуючи спільно (1) і (2), знаходимо ΔT: $\Delta T = \frac{m\,T_1}{\alpha M T_1 - Mp - mp} \approx 0{,}29\ K$.

Таким чином, для випаровування всієї води посудину необхідно нагріти до температури $100{,}29\ °C$. Кількість тепла, яке необхідно для цього, знайдемо з рівняння теплового балансу:

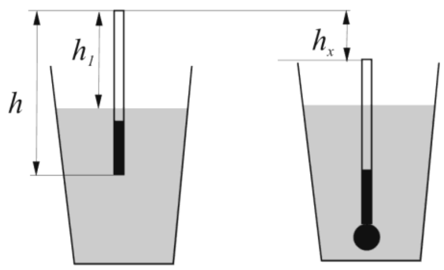
$$Q = r\cdot m + c_V\,(M + m)\,\Delta T \approx 2290\ Дж.$$

Можливі розв'язки завдань практичного туру

8, 9 класи

Визначити густину пластиліну.
Обладнання: трубочка для коктейлю, посудина з водою, лінійка (мм папір), пластилін, саморіз (усі учасники були попереджені про його наявність)

Відрізають кусок трубочки для коктейлю. В один її кінець поміщають пластилін і саморіз та опускають у посудину з водою. Для точності вимірювань пластилін та саморіз поміщають в трубочку всередину. Пластилін може виступати за межі трубки, але площа перерізу трубки S і площа перерізу циліндричної частини пластиліну однакові. Змінюючи кількість пластиліну, досягаємо плавання трубочки у вертикальному положенні (ареометр). Згідно умови плавання у воді: $mg = \rho_в V_{з1} g$ (1), де $V_{з1} = S \cdot h_{з1}$. Тут $h_{з1}$ – глибина занурення ареометра. За допомогою лінійки визначають висоту трубочки над водою h_1.



Робимо з пластиліну кульку об'ємом $V_{пл}$, масою $m_{пл}$ і прикріплюємо до нашого ареометра. Опускаємо цей пристрій у воду. Змінюючи кількість пластиліну, змушуємо плавати новий ареометр у воді. При цьому він зануриться глибше. Тоді $(m + m_{пл})g = \rho_в (V_{з3} + V_{пл})g$, де $V_{з3} = V_{з1} + Sh_x$. Тут S – площа перерізу трубки, h_x – зміна висоти занурення трубки.

Звідси $mg + m_{пл} g = \rho_в V_{з1} g + \rho_в S h_x g + \rho_в V_{пл} g$ або з врахуванням (1) $m_{пл} = \rho_в S h_x + \rho_в V_{пл}$. $\rho_{пл} \cdot V_{пл} = \rho_в S h_x + \rho_в V_{пл}$. Тоді $\rho_{пл} = \dfrac{\rho_в (S h_x + V_{пл})}{V_{пл}} = \rho_в \left(\dfrac{S h_x}{V_{пл}} + 1 \right)$. Зміну висоти h_x, діаметр трубки d вимірюють лінійкою. Об'єм пластиліну можна виміряти, поклавши пластилінову кульку на лінійку і вимірявши діаметр кульки D.

Тоді $V_{пл} = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}\pi \dfrac{D^3}{8} = \dfrac{\pi D^3}{6}$, $\rho_{пл} \approx 2$ *г/см*^{3}.

9 – 11 класи

Визначити: а) масу лінійки $m_л$; б) сумарну масу M шприца і тіла всередині шприца, в) об'єм тіла V, яке знаходиться всередині шприца.
Розбирати шприц категорично заборонено! Примітка. Густина води $\rho_o = 1000$ *кг/м*^{3}.
Обладнання. Шприц 10 мл, всередині якого знаходиться деяке тіло, лінійка, склянка з водою, серветки (для видалення пролитої води), нитки, ножиці.

Оскільки в шприці знаходиться деяке тіло, то не можна безпосередньо виміряти об'єм набраної води. Наберемо в шприц води до позначки V_0, так, щоб тіло було повністю занурено у воду. Підвісимо до кінця лінійки шприц з водою і врівноважимо її на краю стола. Правило моментів:

$$(M + m_0)\, l_0 = m_л\, (0{,}5L - l_0), \quad (1)$$

де l_0 – довжина плеча від місця підвісу шприца до точки опори, L – довжина лінійки, m_0 – маса води в шприці.

Доллємо в шприц води, так щоби вона доходила до позначки V_1. Тоді маса води $m_1 = \rho_0 (V_1 - V_0)$ в грамах чисельно дорівнює об'єму доданої води $V_1 - V_0$ в *мл*. Правило моментів в цьому випадку:

$$(M + m_0 + m_1)\, l_1 = m_л\, (0{,}5L - l_1), \quad (2)$$

З рівнянь (1) і (2) знайдемо масу лінійки: $m_л = \dfrac{2 m_1 l_1 l_0}{(l_0 - l_1)\, L}$. (3)

Проведемо ще один вимір, зовсім без води в шприці. Отримаємо рівняння $M\, l = m_л\, (0{,}5L - l)$,
Звідси знайдемо масу шприца і тіла M: $M = m_л \left(\dfrac{L}{2l} - 1\right)$ (4)

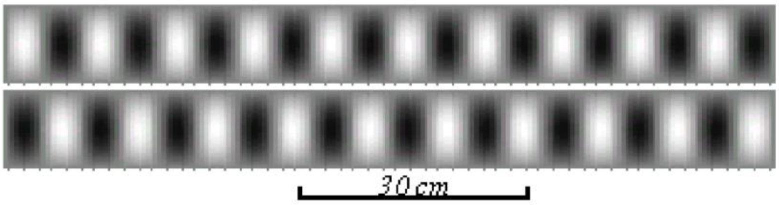
З рівнянь (1) і (4) виразимо масу m_0 і підставимо масу лінійки $m_л$ з виразу *(3)*:

$$m_0 = \frac{m_л}{l_0}\left(\frac{L}{2} - l_0\right) - \frac{m_л}{l}\left(\frac{L}{2} - l\right) = m_1 \cdot \frac{l_1}{l} \cdot \frac{l - l_0}{l_0 - l_1}.$$

Маса цієї води дорівнює $m_0 = \rho_в (V_0 - V)$. Звідси знаходимо об'єм тіла V: $V = V_0 - \frac{m_0}{\rho_в}$.

10, 11 класи

На рисунку показані дві послідовні світлини біжучих звукових хвиль в трубі, заповненої повітрям за нормальних умов, які були отримані «тіньовим» методом. Інтервал часу між світлинами дорівнює 0,001 секунди. Визначте швидкість звуку. Масштаб вказаний на рисунку. Примітка. При «тіньовому» методі світлі плями спостерігаються на місці розрідження повітря, а темні – на місці згущень.



При «тіньовому» методі світлі плями спостерігаються на місці розрідження, а темні – на місці згущень, тому відстань між двома сусідніми білими смугами (що дорівнює 10 см) відповідає довжині хвилі.

Крім того, видно, що за час $\Delta t = 0{,}001$ *с* смуги зміщуються на непарне число півхвиль. Тоді $\upsilon = l/\Delta t$, де $l = (n + 1)\cdot\lambda/2$, n – невід'ємне ціле число. Підставляючи числові значення, отримуємо $\upsilon = (n + 1)\cdot \frac{10^{-1}}{2\cdot 10^{-3}} = 350$ *м/с*. Значенням швидкості звуку в повітрі при нормальних умовах найближче 350 *м/с*.